

DANISH METEOROLOGICAL INSTITUTE

— SCIENTIFIC REPORT —

00-15

Dynamisk beskrivelse og hydrografisk klassifikation af

Den Jyske Kyststrøm

Mads Hvid Nielsen



Copenhagen 2000

ISSN: 0905-3263
ISSN: 1399-1949 (Online Version)
ISBN: 87-7478-425-0



This report is a reprint of my master thesis original made at the University of Copenhagen, Geophysical Department in 1999. Only a few typographical errors are corrected compared to the original thesis, and a Danish and an English summary are added too.

Copenhagen, Denmark
October, 2000

Mads Hvid Nielsen

Dynamisk beskrivelse og hydrografisk klassifikation af

Den Jyske Kyststrøm



af

Mads Hvid Nielsen

Speciale i fysisk og dynamisk oceanografi, April 1999
Københavns Universitet
Niels Bohr Institutet for Astronomi, Fysik og Geofysik
Geofysisk Afdeling

Abstract

A detailed oceanographic and hydrodynamic description of the fresh water-influenced Jutland Coastal Current is given. Special attention is given on the wind influence on the Jutland Coastal Current and the residual current due to the tides and horizontal density gradients. Furthermore, the relation between exceeding concentration of nutrient in the water, phytoplankton and loss of oxygen is described in brief. For better understanding the dynamical oceanography and transports associated with the Jutland Coastal Current, the North Sea, the Skagerrak and the Kattegat is described as well.

Observed wind at Thyborøn and current together with nutrients outside Hirtshals are analysed for the year 1994. A close connection between the direction, strength and duration of the wind and the current is found, so that wind blowing from SSW gives the maximum NE current speeds outside Hirtshals and thereby the maximum northward current of the Jutland Coastal Current. From the dataset it is concluded, that Jutland Coastal Current entering the Skagerrak in pulses, and thereby also the Kattegat in pulses.

Furthermore, a cross correlation analysis of currents at Horns Rev and Læsø Rende at various depth gives no correlation showing, that Jutland Coastal Current is not a permanent advective current entering the Kattegat as intermediate water.

Hydrographical measurements for a period of 9 to 16 years until 1998 along the West Coast of Jutland are analysed. A modified water mass classification is used to analyse the data. It is found that the concentration of nitrate, phosphate and silicate at Hirtshals from May to around September and October are very low in mean. Furthermore it is found that outside Hirtshals, only the upper 10 meters contain German Bight Water parts more than 30 % in mean of a year with maximum parts in July and August not exceeding 50 %. Consequently, German Bight Water transported by the Jutland Coastal Current into the Kattegat hardly does not affect the total concentration of nitrate, phosphate, silicate and other nutrients in the Kattegat in mean. Only under special windconditions with strong wind blowing from SSW for a longer period in the months January to April, the Jutland Coastal Current can transport large amounts of nutrient rich German Bight Water to the Skagerrak and maybe farther into the Kattegat.

Resumé

Der gives en detaljeret oceanografisk og hydrografisk beskrivelse af den ferskvands påvirkede Jyske Kyststrøm. Vindens indflydelse på Den Jyske Kyststrøm er beskrevet i detaljer, ligesom residualstrømmene stammende fra tidevandet og den horisontale densitetsgradient gennemgås omhyggeligt. Endvidere beskrives sammenhængen mellem næringsstoffer opløst i vand, fytoplankton og iltvind. For bedre at forstå den dynamiske oceanografi forbundet ved Den Jyske Kyststrøm, gives en beskrivelse af Nordsøen, Skagerrak og Kattegat.

Vindmålinger fra Thyborøn og strømmålinger samt målinger af næringsstofindhold ud for Hirtshals er analyseret for 1994. Der vises en klar sammenhæng mellem strømmen og retningen, styrken og varigheden af vinden således, at vinde blæsende fra sydsydvest (SSW) giver maksimal nordøstgående (NE) strømhastigheder ud for Hirtshals og dermed de maksimale nordgående strømhastigheder i Den Jyske Kyststrøm. Fra datasættes konkluderes, at Den Jyske Kyststrøm ankommer til Skagerrak i pulser og ikke som en konstant strøm, hvorved Den Jyske Kyststrøm også vil ankomme til Kattegat som pulser.

En krydskorrelationsanalyse af strømdata fra Horns Rev og Læsø Rende i forskellige dybder giver ingen korrelation hvilket viser, at Den Jyske Kyststrøm langt fra er en permanent advektiv strøm, der trænger ind i Kattegat som intermediært vand.

Hydrografiske målinger langs den jyske vestkyst over en 9 til 16 års periode indtil 1998 er analyseret. En modificeret vandmasseklassifikation benyttes til dataanalyse. Analysen giver, at middelkoncentrationen af nitrat, fosfat og silikat ved Hirtshals er meget lav fra maj til omkring september. Desuden vises, at årsmiddelandele af Tyske Bugtvand over 30 % kun findes i de øverste 10 meter af vandsøjlen ved Hirtshals med maksimum andele i juli og august under 50 % i middel. Det konkluderes herved, at Tyske Bugtvand transporteret af Den Jyske Kyststrøm i reglen ikke bidrager nævneværdigt til den totale koncentration af nitrat, fosfat, silikat og andre næringsstoffer i Kattegat i middel. Kun under specielle vindforhold med længerevarende stærk vind fra SSW i månederne januar til april kan Den Jyske Kyststrøm transportere store mængder af Tyske Bugtvand ind i Skagerrak og måske videre ind i Kattegat.

Forord

Denne opgave udgør mit afsluttende specialearbejde på geofysikstudiet ved Geofysisk Afdeling under Niels Bohr Institutet for Astronomi, Fysik og Geofysik ved Københavns Universitet.

Til udførelse af projektet har jeg venligst fået stillet data til rådighed fra International Council for the Exploration of the Sea (ICES), Danmarks Meteorologiske Institut (DMI), og de 4 amter: Nordjylland, Viborg, Ringkøbing og Ribe Amt. Selvsagt ville projektet ikke kunne have ladet sig gøre uden data, og jeg er dybt taknemmelig over deres imødekommenhed overfor studerende. En speciel tak gives til Jens Deding, Viborg Amt, Else Hvas, Nordjyllands Amt og Else Juul Nielsen, ICES, for deres ihærdige arbejde med at fremskaffe data.

Derudover takkes Gert Friis Nielsen og Hanne Ribergaard Hansen for deres tålmodige gennemlæsning af specialet.

Sidst men ikke mindst vil jeg udtrykke en stor tak til min specialevejleder dr. scient. Niels K. Højerslev for en særdeles god og kyndig vejledning. Han kunne altid sætte tid af til en god faglig diskussion, hvilket har været guld værd under specialearbejdet.

Mads Hvid Nielsen
København, april 1999

Forside: Billedet er hentet fra Greenpeace bogen Nordsøen. Billedet viser spildevand fra en biokemisk fabrik, som løber direkte ud i floden Ouse (løber gennem York, England). MacGarvin, M. (1990). En Greenpeacebog, Nordsøen. Skarv/Høst & Søn.

Indholdsfortegnelse

Forord	1
Indholdsfortegnelse	2
1. Indledning.....	5
2. De danske farvande	8
2.1 Nordsøen	8
2.2 Skagerrak	11
2.3 Kattegat	13
2.4 Den Jyske Kyststrøm	14
2.4.1 Definition.....	14
2.4.2 Vertikal homogen vandmasse.....	14
2.4.3 Indhold af næringsstoffer	15
2.4.3.1 Tyske Bugtvand og iltvind i Kattegat	18
2.4.4 Vindpåvirkning og blokering	19
3. Tidevand	21
3.1 Kelvinbølger.....	22
3.2 På lavt vand	22
3.2.1 Ikke lineære effekter	22
3.3 Tidevand i Nordsøen.....	23
4. Vindeffekter og transporter	26
4.1 Turbulens og friktion	26
4.2 Ekmans beskrivelse	28
4.2.1 Ekmanspiral.....	28
4.2.2 Ekmantransport og geostrofisk strøm	30
4.2.3 Ekmanpumpning.....	32
4.3 Vind parallel med en lang lige kyst.....	33
4.4 Vind på tværs af en lang lige kyst.....	36
4.5 Vindforcering langs den jyske vestkyst	37
4.6 Densitetstyret strøm.....	41
5. Advektion-diffusionsmodel	42
5.1 Stoftransportligningen	42
5.1.1 Turbulens.....	42
5.2 Løsninger til advektion-diffusionsligningen	44
5.2.1 Middelkoncentration fra en momentan punktkilde.....	45
5.2.2 Middelkoncentration fra en kontinuert kilde.....	45
5.3 Model for Den Jyske Kyststrøm.....	46

6. Vandmasseklassifikation	50
6.1 Bestemmelse af andele	50
6.2 I kystnære områder.....	52
6.3 Klassifikation ved brug af et ikke konservativt sporstof.....	54
7. Resultater	55
7.1 Korrelationsanalyse af strømdata.....	55
7.2 Kontinuerte strømmålinger ved Hirtshals	57
7.3 Målinger langs den jyske vestkyst	59
7.3.1 Grafer af de rå og filtrerede data	60
7.3.2 Middelgrafer af de rå og filtrerede data.....	60
7.3.3 Vandmasseklassifikation	61
7.4 Målinger ved Hirtshals	63
7.4.1 Grafer af de rå og filtrerede data	63
7.4.2 Middelgrafer af de rå og filtrerede data.....	64
7.4.3 Vandmasseklassifikation	65
8. Konklusion	68
Appendiks A	70
A. Kelvinbølger	70
Appendiks B	73
B. Ekmanspiralen	73
B.1 Øvre ekmanspiral.....	73
B.2 Nedre ekmanspiral	74
Appendiks C	76
C. Løsning af advektion-diffusionsligningen	76
C.1 Løsningen for en momentan kilde.....	76
C.1.1 Totalreflektion og totalabsorption	78
C.2 Løsningen for en kontinuert kilde	78
C.2.1 Totalreflektion	80
Appendiks D	82
D. Data fra vestkysten	82
D.1 Notation	82
D.2 Rå data.....	84
D.3 Filtrerede data	91
D.4 Middelgrafer af de rå data	98
D.5 Middelgrafer af de filtrerede data	105

D.6 Beregnede andele udfra de rå data	112
D.7 Beregnede andele udfra de filtrerede data.....	113
D.8 Beregnede andele udfra de rå data og advektion-diffusionsmodellen	114
D.9 Beregnede andele udfra de filtrerede data og advektion-diffusionsmodellen	115
Appendiks E	116
E. Data fra Hirtshals	116
E.1 Notation	116
E.2 Rå data	117
E.3 Filtrerede data	119
E.4 Middelgrafer af de rå data	121
E.5 Middelgrafer af de filtrerede data	122
E.6 Beregnede andele udfra de rå data	123
E.7 Beregnede andele udfra de filtrerede data	124
E.8 Beregnede andele udfra de rå data og advektion-diffusionsmodellen	125
E.9 Beregnede andele udfra de filtrerede data og advektion-diffusionsmodellen	126
Referencer.....	127

1. Indledning

For ikke mange årtier tilbage var vandforurening kun noget man kendte til i åer, søer og nogle få fjorde. Man mente ikke det var muligt at forurene Kattegat og andre store havområder. Derfor ledte man byernes og industriernes spildevand direkte ud, men for at skåne kysterne blev det i lange rør ført et stykke ud i havet. Fra 1950'erne til 1980'erne er tilførslen af kvælstof til de danske og tilstødende farvande ca. fordoblet (Hansen et al, 1994). Dette har givet næring til øget fytoplanktonproduktion hvorved iltforbruget efterfølgende er steget under nedbrydningen af det døde synkende organiske materiale. Dette forøgede iltforbrug har medført et aftagende iltniveau hen på efteråret i de indre danske farvande.

I de sidste årtier er hyppigheden og udbredelsen af iltsvind blevet større og ofte varer de længere tid end før. Det er ikke kun i fjordene men også store områder af Kattegat og Bælthavet som hærages af iltsvind. Således har Bælthavet og Sundet samt det sydlige Kattegat næsten årligt oplevet iltsvind siden 1981.

Op gennem 1970'erne og 1980'erne er man blevet mere og mere opmærksom på, at de store udledninger af næringsstoffer kan true vandmiljøet omkring os. Det førte til, at Miljøstyrelsen i 1984 samlede den daværende viden om de eventuelle effekter af forurening af havmiljøet i den såkaldte NPo-rapport¹. Efterfølgende vedtog Folketinget i 1985 de første indgreb mod landbruget omhandlende opbevaring og spredning af husdyrgødningen. Samtidigt afsatte de 50 mill. kr. til NPo-forskningsprogrammet, der skulle øge den eksisterende viden vedrørende næringsstofferne indvirkning af naturen.

I kølvandet på dette vedtog Folketinget i foråret 1987 den første Vandmiljøplan, hvor målet var at reducere udledning af kvælstof og fosfor fra spildevand og landbrug med henholdsvis 50 pct. og 80 pct. Som en del af Vandmiljøplanen blev det besluttet at igangsætte et forskningsprogram kaldet Havforskningsprogram 90 (i daglig tale kaldet Hav90), der løb fra 1988 til 1994. Igen var formålet at styrke den eksisterende viden om effekterne på miljøtilstanden af næringsstoffertilførsel til de marine områder. Siden har regeringen i 1991 kommet med "Handlingsplanen for et bæredygtigt landbrug" og senest har man vedtaget Vandmiljøplan II i 1998.

Tilførslen af næringsstof til de indre danske farvande kommer fra flere forskellige kilder:

- Deposition fra atmosfæren, der kan transportere forurening langt og forholdsvis hurtigt.
- Direkte tilførsler ved afstrømning fra land og udledninger fra byer og industrier.
- Vandudveksling med Østersøen, der tilføres næringsstoffer fra de omkringliggende lande.
- Vandudveksling med Nordsøen, der tilføres næringsstoffer fra de omkringliggende lande.

Ud over disse punkter tilføres de indre danske farvande også naturligt store mængder næringsstoffer stammende fra f.eks. Nordatlanten.

Et af de store spørgsmål der har været rejst indenfor forureningsproblematikken er knyttet til det sidste punkt ovenfor: Transporterer Den Jyske Kyststrøm betydelige mængder Tyske Bugtvand ind i Kattegat?

¹ NPo står for kvælstof (N), fosfor (P) og organisk materiale (o).

Dette spørgsmål har flere søgt at give et svar på, men man er nået frem til vidt forskellige konklusioner gennem tiden. Ifølge Richardson og Jacobsen (Richardson & Jacobsen, 1991) tyder det på, at mellem halvdel og to tredjedele af Kattegats bundvand har passeret Tyske Bugt. Modsat har Højerslev, Holt og Aarup vha. en simpel boxmodel vist, at kun ca. en tiendedel af Kattegats bundvand i middel stammer fra Tyske Bugten (Højerslev, 1998; Højerslev et al, 1996). Ved at benytte gulstof som tracer har de endvidere vist, at Tyske Bugtvand i Kattegat lægger sig som en kile mellem det relativ ferske overfladevand og det relative saline bundvand (Holt, 1993; Højerslev, 1998; Jakobsen et al, 1994).

Formålet med denne rapport er ud fra observationer at vurdere hvor meget Tyske Bugtvand der transporteres med Den Jyske Kyststrøm ind i toppen af Kattegats bundvand. Først beskrives tre af de danske farvande: Nordsøen, Skagerrak og Kattegat (se figur 1.1), hvorefter Den Jyske Kyststrøm og iltsvind beskrives i nærmere detaljer. Efter et kapitel med tidevand, som er af stor betydning i Nordsøen, vil vindens indflydelse på Den Jyske Kyststrøm blive grundigt belyst. Dernæst opstilles en simpel advektion-diffusionsmodel for NO_x , som sammen med saliniteten vil blive benyttet til en vandmasseklassifikation langs den danske vestkyst op til Hirtshals.

Dataene, der ligger til grund for denne rapport, er venligst udlånt af ICES², DMI³ og de 4 amter: Nordjylland, Ringkøbing, Viborg og Ribe amt. Desuden har jeg benyttet mig af gamle strømdata fra Horns Rev og Læsø Rende, hvilke findes i en gammel rapport af Jacobsen (Jacobsen, 1923). Strømdataene er fra fyrskibe hvor de er indsamlet kontinuerligt over næsten 2 år på flere dybder med et interval af 4 timer. Samtlige hydrografiske målestationer er indtegnet på figur 1.1.

Fra ICES har jeg brugt en 17 år lang måleserie fra 1980 til og med 1996, hvor der med ca. en måneds mellemrum er indsamlet forskellige hydrografiske data på en fast lokalitet ud for Hirtshals. Målingerne er taget på 7 forskellige dybder.

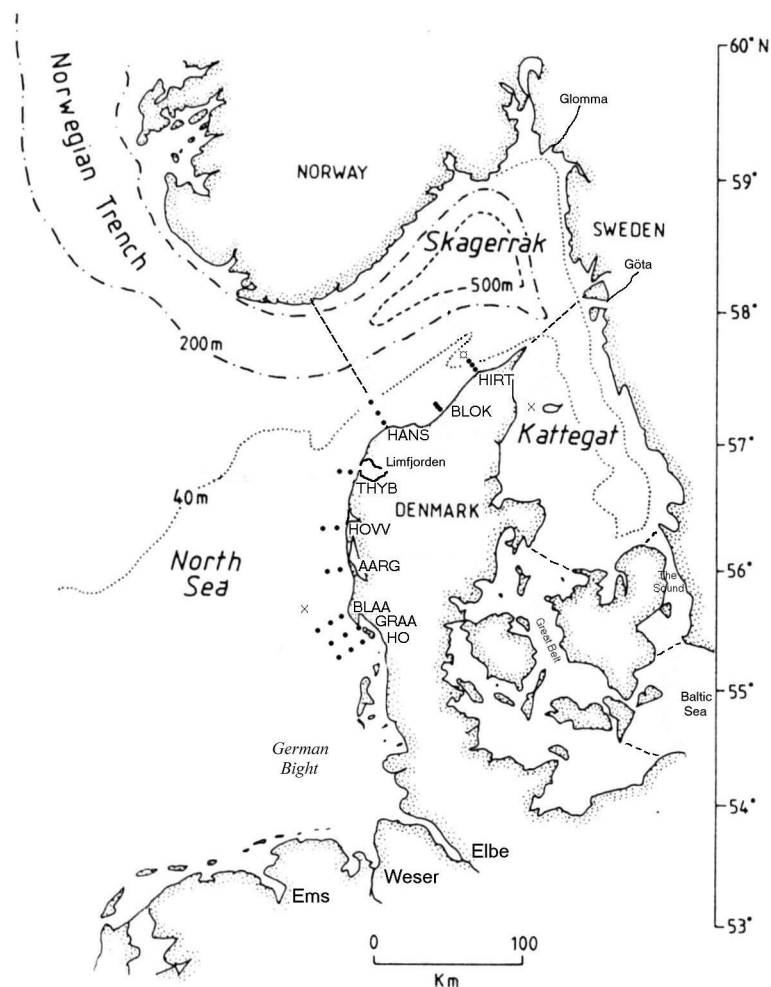
Fra amterne har jeg ligeledes modtaget hydrografiske data fra 24 positioner op langs den jyske vestkyst, hvor der er målt ca. 1 gang hver måned (ved Hirtshals dog 2 gange) frem til og med 1997. De 24 positioner dækker dog reelt over 9 forskellige stationer, da der ved hver station er målt i 2 eller 3 forskellige afstande fra land. Stationerne er: Hirtshals, Blokhuis, Hanstholm, Thyborøn, Hovvig, Årgab, Blåvand, Grådyb og Sønder Ho. Længden af måleserierne er forskellige fra station til station, men på nær stationen ved Hirtshals er der som minimum målt fra 1989, hvor Vandmiljøplanen trådte i kraft, og til og med 1997. Der er dog små huller i datasættene, hvilket skyldes dårligt vejr (vind), isforekomster og den efterfølgende kvalitetskontrol af dataene. Vandprøverne er udtaget som blandingsprøver der repræsenterer overfladevandet. I tilfælde af lagdeling er der også taget vandprøver under springlaget, men disse data har jeg ikke haft adgang til (Hvas et al., 1998b).

Fra Nordjyllands amt har jeg desuden modtaget strøm, temperatur og salinitetsdata fra en fastankret målestation nær Hirtshals. Opsamlingsfrekvensen er en gang i timen, hvilket er meget højt og måleserien løber fra 1994 til midten af 1995, dog afbrudt ind imellem af problemer med måleudstyret. Det skal bemærkes, at de målte næringsalte her er blandingsprøver mellem bund og overflade (Hvas et al, 1998a), mens jeg har benyttet mig af saliniteten målt ved overfladen i 3 meters dybde. Strømmålingerne stammer ligeledes fra denne dybde (Hvas et al, 1998a).

² ICES er en forkortelse for International Council for the Exploration of the Sea, som er en databank for oceanografiske data beliggende i København.

³ Danmarks Meteorologiske Institut.

Af DMI har jeg modtaget vinddata fra 1994 fra Thyborøn, hvilke er indsamlet med et interval på 3 timer.

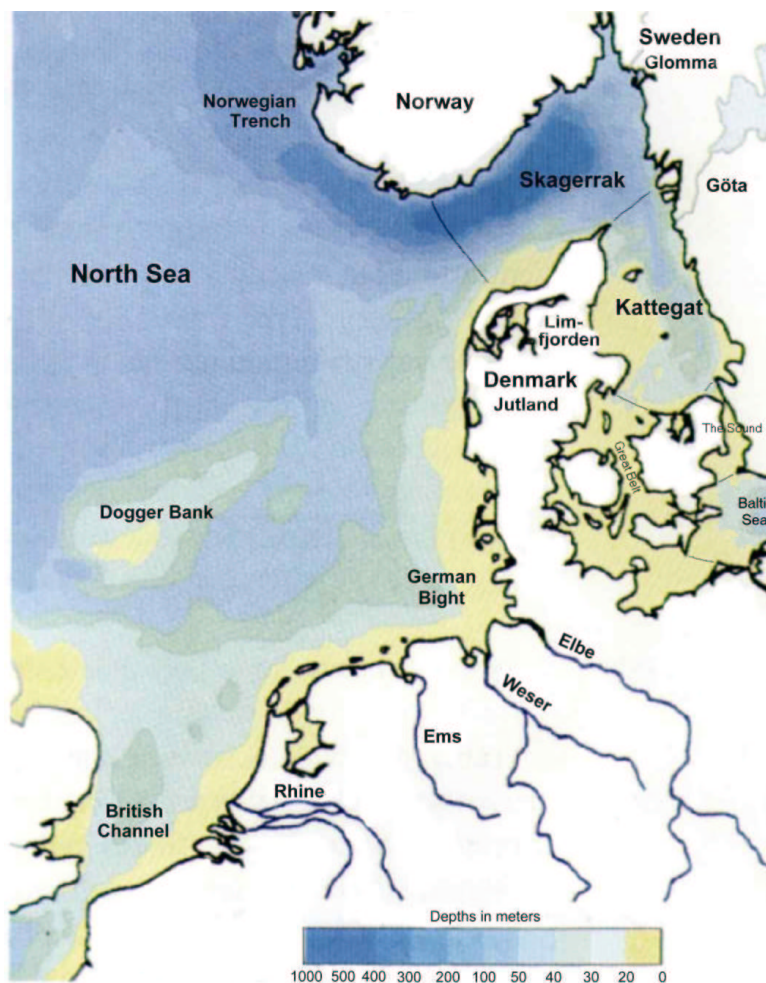


Figur 1.1 Målestationer. De to kryds (×) i Nordsøen og Kattegat er hhv. Horns Rev og Læsø Rende, hvor der er foretaget strømmålinger fra fyrskibe. Ved tegnet (⊠) nær Hirtshals er der taget profiler, mens prikkerne (•) angiver de steder, hvor amterne har taget prøver. Ved den midterste prik ved Hirtshals, er der desuden målt strøm kontinuert i over et år. Stationsnavnene er som følger:

- HIRT = Hirtshals
- BLOK = Blokhuis
- HANS = Hanstholm
- THYB = Thyborøn
- HOVV = Hovvig
- AARG = Årgab
- BLAA = Blåvand
- GRAA = Grådyb
- HO = Sønder Ho

2. De danske farvande

De danske farvande deles traditionelt op i følgende 5 farvande med hver deres karakteristika: Nordsøen, Skagerrak, Kattegat, Sundet og Bælthavet samt Østersøen. I dette afsnit vil jeg kort beskrive de 3 første områder og til sidst beskrive Den Jyske Kyststrøm, der er en del af Nordsøen og Skagerrak, som muligvis transporterer næringsrigt vand ind i Kattegats springlag, hvor det kan medvirke til forøget planktonvækst og i kølvandet på dette iltsvind.



Figur 2.1 Dybdekort over det meste af Nordsøen samt Skagerrak, Kattegat og Bælthavet. Farvandenens grænser er vist med sort. Desuden er nogle af de største floder indtegnet sammen med Norges og Sveriges største elve, Glomma og Göta. Bemærk, at alle Norges elve ikke er indtegnet (Hvas et al., 1998).

2.1 Nordsøen

Nordsøen er et randhav, der mod nord grænser op til Atlanterhavet langs $58,5^{\circ}$ N mellem Storbritannien og Sydnorge. Mod vest grænser Nordsøen op langs den engelske østkyst og den østlige grænse udgøres af Danmarks vestkyst. I den sydøstlige del støder Nordsøen op mod Den Engelske Kanal, der er ret snæver. Den resterende sydlige grænse udgøres af fastland. Mellem Danmark og Sydnorge grænser Nordsøen desuden op mod Skagerrak (se figur 2.1 og 2.2).



Figur 2.2 Skematisk gengivelse af den generelle cirkulation i Nordsøen, Skagerrak og Kattegat. De mørke pile viser overfladestrømme mens de lyse pile viser strømmingen i dybden. Tykkelsen indikerer styrken af de forskellige transporter. Således ses, at det Norske Kystvand tilføres store mængder vand fra tilstødende floder hvorved den bliver bredere. Sammenholdes figuren med figur 2.1 kan man tydelig se, at den dybereliggende strøm mod øst gennem Nordsøen ind i Skagerrak følger Norske Rende (Hvas et al., 1998).

Nordsøens overfladeareal er 575.300 km² og volumenet er 42.294 km³, hvilket giver en middeldybde på ca. 74 m (Otto et al, 1990). Dybdekortet på figur 2.1 viser, at bunden i den centrale Nordsø generelt er ret jævn, med undtagelse af Dogger Banke mod syd, som er en relativ lavvandet banke. Vanddybden aftager jævnt fra den nordlige del med havdybder på godt 100 m mod sydsydøst, hvor dybden i store områder ikke overstiger 40 m. Langs den jyske vestkyst findes desuden et stort lavvandet område, hvis bredde aftager mod nord fra omkring 120 km til mindre end 50 km nordvest for Hanstholm. Modsat bemærkes Den Norske Rende, der er en direkte dyb forbindelse til det salte nordlige Atlanterhav. Den har form som en stor fjord og løber langs den norske kyst og fortsætter gennem Skagerrak ind i Kattegat. Tærskedybden er 270 meter og stiger til op over 700 meter inde i Skagerrak. Langs skrænten til Norske Rende er strømmen ofte stærk og løber parallelt med dybdekonturerne.

I tabel 2.1 ses den gennemsnitlige årlige ferskvandstilførsel. Der er naturligvis stor årlig variation med maksimum om sommeren som følge af smeltevand. Lægger man de bidrag sammen der løber direkte ud i Nordsøen, får man $181 \text{ km}^3/\text{år}$ ($0,006 \text{ Sv}^4$), hvilket er væsentligt mindre sammenlignet med de fremherskende transporter ud og ind af Nordsøen. Alligevel kan man observere bidragene tæt på land i form af reduceret salinitet. Specielt langs kysterne fra Frankrig, kulminerende i Tyske Bugt og videre et stykke op langs den jyske vestkyst observeres lavere saliniteter end i den øvrige Nordsø (når man ser bort fra Norges kystvand).

Med hensyn til fordampning og nedbør, så er bidragene stort set lige store (Otto, 1990), så der er ingen nettobidrag heraf.

Den generelle cirkulation i Nordsøen er cyklonisk (se figur 2.2). Gennem Den Engelske Kanal transporteres omkring $0,15 \text{ Sv}$ ind i Nordsøen (Otto, 1983). En del af dette vand opblandes med de store ferskvandstilførsler fra de engelske og franske floder samt vådområderne ved Hollands og Belgiens kyster, hvorefter saliniteten falder til under 34 psu . Strømmen fortsætter som en kyststrøm langs den tyske kyst, hvor den yderligere opblandes med ferskt vand fra de tyske floder, og slutter sin færd i Nordsøen langs den danske vestkyst som Den Jyske Kyststrøm (JCW, i figur 2.3). Herefter fortsætter den ind i Skagerrak og en del af dette vand havner i Kattegats springlag, mens resten følger den generelle cyklonale bevægelse rundt i Skagerrak. På grund af det store input af flodvand, er denne kyststrøm meget rig på næringsstoffer, hvoraf en stor del er af antropogen oprindelse. Det jyske kystvand er dog mest påvirket af de tyske floder, da de er tættest på (Baliño, 1996). Den anden del af Kanalvandet opblandes i syd med Atlanterhavsvand stammende fra nordranden, og fortsætter umiddelbart vest for den ovennævnte strøm ind i Skagerrak og kaldes for det Sydlige Nordsøvand (SNSW, i figur 2.3). Undervejs har denne strøm passeret Dogger Banke, hvilken er en biologisk aktiv banke, hvorved en stor del af næringsstofferne bliver optaget (Baliño, 1996). Dette vand har en salinitet omkring $34,5 \text{ psu}$.

Gennem Nordsøens nordrand er der en meget stor vandudveksling med Atlanterhavet, hvorved Nordsøen opnår en højere salinitet. Transporten gennem nordranden er estimeret til $1,6$ hhv. $1,8 \text{ Sverdrup}$ ind og ud af Nordsøen (Otto, 1983). Omkring $0,7 \text{ Sv}$ af indstrømningen kommer ind langs den vestlige shelfkant af Norske Rende og videre ind i Skagerrak. Hovedparten af denne transport foregår i de dybereliggende lag. Undertiden

Flod/region (udløb)	Årlig bidrag [$\text{km}^3/\text{år}$]
Østlige Storbritannien	49
Flanders (Belgien)	1
Scheldt (Holland)	10
Meuse (Holland)	10
Rhine (Holland)	66
Ijssel (Holland)	1
Ems (Tyskland)	4
Weser (Tyskland)	12
Elbe (Tyskland)	24
Vestlige Danmark	4
Norge (fra Lindeness til 62°N)	110
Totalt for Nordsøen	291
Skagerrak	71
Kattegat	28
Østersøen	473

Tabel 2.1 Årlig ferskvandsinput i $\text{km}^3/\text{år}$ til Nordsøen, Skagerrak, Kattegat og Østersøen fra større områder og betydende floder. (Lee, 1980; Aarup, 1994a).

For en mere udførlig beskrivelse af kilderne til floderne og de forskellige regioner henvises til Baliño, 1996.

⁴ $1 \text{ Sverdrup} = 1 \text{ Sv} = 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$.

kan denne strøm nå ned omkring Hanstholm, hvorved den nordgående Jyske Kyststrøm blokeres (Skogen et al, 1998; Skogen, 1997). Den resterende indstrømning løber ind langs den vestlige del af nordranden og deler sig i tre. Den største del foregår mod nord i dybden men også i overfladen, hvor den strømmer cyklonalt rundt langs et plateau på over 100 meter vand. Den anden del udfører en cyklonal bevægelse rundt i den centrale Nordsø og kaldes for det Centrale Nordsøvand (CNSW, i figur 2.3). Den sidste del løber langs Storbritanniens østkyst og syd om Dogger Banke, hvor den blandes med en del af Kanalvandet og bliver til det Sydlige Nordsøvand, se ovenfor.

Fra Skagerrak, via Den Norske Kyststrøm (NCW, i figur 2.3), tilføres Nordsøen vand med en lavere salinitet. Dette vand stammer primært fra Østersøen og fortsætter gennem Kattegat, hvor det gradvist opblandes. Det skal dog pointeres, at selvom størstedelen af vandet som sagt stammer fra Østersøen, så modtager Den Norske Kyststrøm også endog meget store mængder fersk vand fra både Norge og Sveriges floder og elve, hvilke står for størstedelen af ferskvandstilførslen til både Kattegat og Skagerrak. Der transporteres også en del Nordsøvand ind i Skagerrak, men en stor del af dette foretager en cyklisk bevægelse og kommer tilbage igen. Det meste af dette vand stammer fra den nordlige Nordsø eller den centrale Nordsø og en mindre del fra den sydlige Nordsø

Det skal bemærkes, at de ovennævnte værdier for massetransporterne dækker over meget varierende vandudvekslinger, samt at andre personer har estimeret andre værdier, som dog har samme størrelsesorden (Kristensen, 1991a og 1991b; Otto et al, 1990; Otto, 1983)..

Sammenfattende kan man sige, at Nordsøen består af 4 hovedvandtyper: Nordatlantisk vand, Kanalvand (stammende fra Den Engelske Kanal), Skagerrakvand og Tyske Bugtvand.

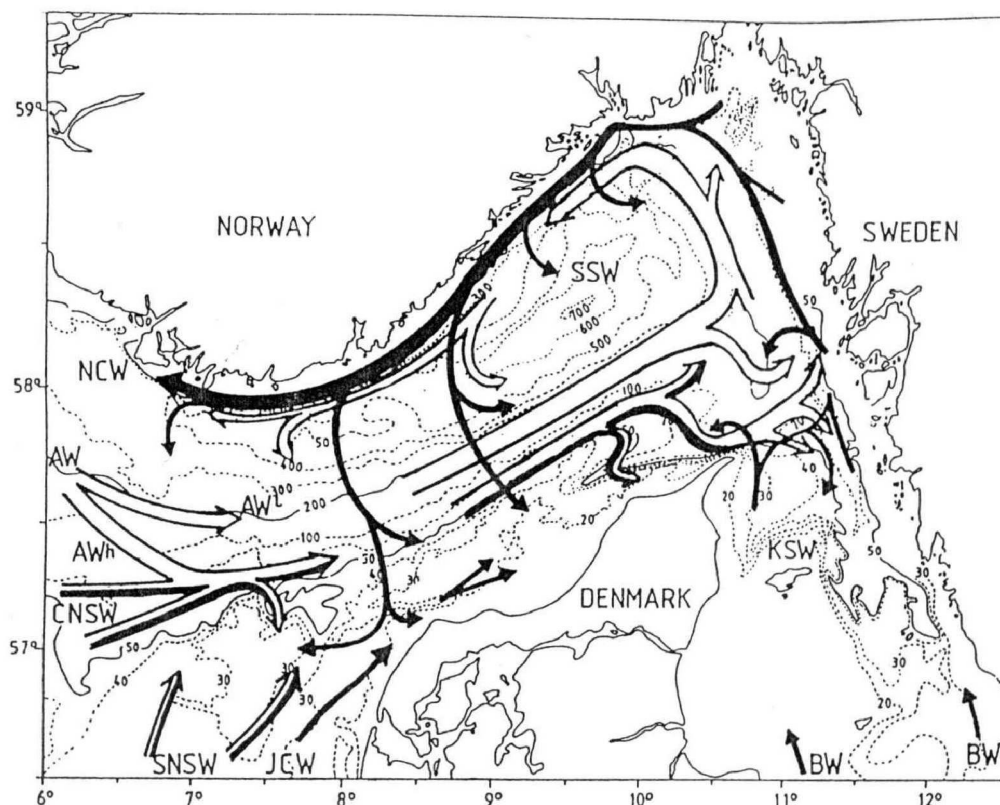
Ser man bort fra Norske Rende, så har Nordsøen ingen markant haloklin. Derimod findes der om sommeren en termoklin i det meste af den centrale og nordlige Nordsø. I den sydlige del og langs kysterne er termoklinen enten meget svagere eller helt væk, hvilket skyldes det kraftige tidevand og den store indstrømning fra kanalen, der opblander vandmasserne. Dogger Banke har også kun en svag sommertermoklin på grund af den ringe dybde.

2.2 Skagerrak

Skagerrak er det dybeste af de danske farvande med dybder over 700 m. Det grænser op til Nordsøen gennem snittet mellem Hanstholm (DK) og Lindeness (N), og grænsen til Kattegat er geografisk sat til snittet mellem Skagens Rev (DK) og Marstand (S) (Poulsen, 1991). Med en længde på ca. 240 km mellem Nordsøen og Sverige og en bredde på ca. 135 km mellem Danmark og Norge, er Skagerraks overfladeareal på 32.300 km². Volumenet er på 6.780 km³, hvilket giver en middeldybde på 210 m, hvilken dog langt fra er jævnt fordelt. Man kan groft set opdele Skagerrak i et dybhavsområde mod nord og et lavvandsområde mod syd adskilt af shelfen til Norske Rende.

Det dybe område er som regel lagdelt med en skarp haloklin mellem bundlaget, hvor hovedparten af vandet har saliniteter større end 35 psu, og et tyndt overfladelag med saliniteter på 25-32 psu, mindst ved Norges og Sveriges kyster. (Poulsen, 1991a og 1991b; Rodhe, 1987 og 1992). Om sommeren findes der desuden en termoklin, der blandt andet på grund af den kontinentale påvirkning bevirker, at temperaturen mellem overfladen og bunden kan nå op over 10°C.

Overfladelaget har en tykkelse på 10-20 meter og er koncentreret mod Sveriges kyst. Dette skyldes den nordgående geostrofisk balancerede baltiske strøm, hvis vand oprindeligt



Figur 2.3 Skematisk gengivelse af den generelle cirkulation i Skagerrak og tilstødende farvande. Åbne og lukkede pile viser hhv. dybdevand og overfladevand. Tykkelsen indikerer styrken af de forskellige transporter (Danielssen et al., 1997).

- AW = Atlanterhavsvand
- AW^u = Atlanterhavsvand i overfladen (tyndt lag)
- AW^d = Atlanterhavsvand i dybden
- BW = Baltisk Vand
- CNSW = Central Nordsøvand
- JCW = Jysk Kystvand
- KSW = Kattegat Overfladevand
- NSW = Norsk Kystvand
- SNSW = Sydlig Nordsøvand
- SSW = Skagerrak Overfladevand

stammer fra Østersøen og er blevet delvist opblandet i Kattegat (Poulsen, 1991a og 1991b; Rodhe, 1987 og 1992). Denne strøm fortsætter videre rundt i Skagerrak og hovedsagelig ud af Nordsøen langs Norges kyst, men en del recirkuleres tilbage rundt i Skagerrak (Skogen et al, 1998). Denne strøm, der kaldes for Den Norske Kyststrøm, opblandes endvidere på sin vej rundt i Skagerrak. Den samlede ferskvandstilførsel til Skagerrak er 71 km³/år (tabel 2.1), hvoraf hovedparten stammer fra de norske floder og fjorde. Således udgør de tre floder Glomma, Dramselv og Skienselv næsten 60 % af denne tilførsel (Svansson, 1975). Undertiden, under specielle forhold med kraftig vedvarende vind fra nord eller nordvest, kan det Norske Kystvand dække hele Skagerraks overfladevand og dermed blokere for Den Jyske Kyststrøm (Danielssen et al, 1997; Aarup, 1994b). Dette skyldes, at Den Norske Kyststrøm bliver blokeret i Nordsøen, således at det ikke kan forlade Skagerrak, men derimod blæser ud over hele Skagerrak og lægger sig i et tyndt overfladelag.

Det lavvandede område i Skagerrak strækker sig ca. 50 km ud fra den danske kyst og har en middeldybde på omkring 30 meter. Det meste af året er denne del af Skagerrak

homogent opblandet vertikalt og besidder saliniteter på 30-34 psu. Dog kan der i perioder opstå en lagdeling, men på grund af den store opblanding i området, vil disse lagdelinger hurtigt forsvinde igen.

Området er karakteriseret ved store strømhastigheder. Dette skyldes de mange vandmasser, der kappes om at komme ind i Skagerrak og erstatte det vand, der strømmer ud via. Den Norske Kyststrøm (se figur 2.3). På skrænten til Norske Rende vil strømmen være topografisk styret, dvs. strømmen vil løbe parallelt med dybdekanturerne, hvilket er et udtryk for vandmassens bevarelse. Her stammer vandet hovedsageligt direkte fra Atlanterhavet og kun lidt har været rundt i Nordsøen. Bundvandet fra den centrale og sydlige Nordsø kommer ind i Skagerrak tættere ved Danmarks kyst og deles i to. Den ene del løber cyklonisk rundt langs Den Norske Rende, mens den anden del løber nord om Skagen og ind i Kattegat (se figur 2.3).

Cirkulationen i Skagerrak er hovedsagelig cyklonal på grund af det udadgående Baltiske Vand. Også bundvandets strømning er i middel cyklonal og mere permanent – specielt under tærskeldybden, som er 270 meter og er placeret et sted i Nordsøen (Rodhe, 1987). Som følge af denne generelle cyklonale cirkulation, er der upwelling i den centrale del af Skagerrak og isopyknen hæves, hvorved isolinierne for f.eks. salinitet antager en domeformet struktur (Rodhe, 1989).

2.3 Kattegat

Kattegat er et ca. 220 km langt og 100 km bredt farvand med et samlet volumen på 515 km³, hvorved middeldybden er omkring 23 meter. Det er således et lavt farvand, hvis topografi dog er meget irregulær. Norskerenden ender således i den østlige del af Kattegat, hvor dybderne falder fra nord mod syd fra omkring 100 meter til under 30 meter vand, mens store dele af den vestlige del har havdybder på under 20 meter. Flere steder er middeldybden endog lavere end springlagsdybden i Skagerrak, hvilket dog ikke gælder nord for Læsø hvor middeldybden er omkring 35 meter.

Ferskvandstilførslen direkte til Kattegat er estimeret til ca. 28 km³/år, hvoraf ca. 67% stammer fra den svenske Göta elv i det nordlige Kattegat (Svansson, 1975). Men da ferskvandsstrømningen til Østersøen i gennemsnit er hele 473 km³/år, er det hovedsageligt opblandet Østersøvand man ser i Kattegats overflade (se tabel 2.1). Denne store ferskvandsstrømning bevirker, at overfladestrømmen i middel er stærk og udadgående mod Skagerrak, mens bundvandet er indadgående. På grund af de ringe tærskeldybder til Østersøen, er den sidste indadgående strøm dog meget uregelmæssig og foregår i praksis som pulserende indstrømning.

Som tidligere nævnt består Kattegats overfladevand af brakvand fra Østersøen, som strømmer ud gennem Øresund og Bælthavet, videre gennem Kattegat for til sidst at ende i Den Norske Kyststrøm. Saliniteten af overfladevandet stiger op mod Skagerrak, hvor saliniteten er nået op på omkring 33 psu, hvilket skyldes opblanding med den nedre saline vandmasse. Denne nedre vandmasse har sin oprindelse i det nordlige Atlanterhav og besidder saliniteter i intervallet 33-34,5 psu. Grænsefladen mellem overfladevandet og det dybereliggende salte vand er meget skarp. Således er der rig mulighed for at en anden vandmasse med en densitet mellem bundvandets og overfladevandets kan lægge sig i skillefladen, hvilket jeg kommer ind på i afsnittet om Den Jyske Kyststrøm. Om sommeren udvikles desuden en termoklin, der er kraftigst på de dybe områder i lighed med i Skagerrak.

Udskiftningen af Kattegats vand er i høj grad styret af den skiftende ind og udstrømning mellem Østersøen og Nordsøen, hvilken styres af trykgradienten mellem disse 2 områder.

Den kan både være baroklin som følge af densitetsforskelle og dels barotrop som følge af en overfladehældning eller en lufttryksændring. I virkeligheden er vandudskiftningen en blanding af både den barokline og barotrope transport.

Til sidst bemærkes, at det danske bidrag til de indre danske farvandes ferskvandstilførsel er estimeret til $9 \text{ km}^3/\text{år}$ (Hansen et al, 1991; Aarup, 1994a & 1994b), hvilket er ret lidt i forhold til de andre tilførsler i farvandet, men alligevel ikke uden betydning set med lokale øjne. Således konkluderes det i havforskningsprogram 90, at kvælstofbelastningen i Randers fjord er helt domineret af lokale tilførsler (Christensen, et al, 1996).

2.4 Den Jyske Kyststrøm

Den Jyske Kyststrøm, eller Jyllandsstrømmen, er en medrivningsstrøm, der er styret af det generelle cyklonale strømningsmønster i Nordsøen. Således er den i middel rettet mod nord, og dens massetransport er estimeret til at være 0,05-0,1 Sverdrup og op til 0,3 Sverdrup som månedsmiddel i få ekstreme tilfælde (Kristensen, 1991a). Den er lokaliseret i den østlige Nordsø fra vadehavet, langs den jyske vestkyst og op til Skagerrak. Strømmens bredde aftager mod nord og i Skagerrak bliver den ret smal. Ud fra satellitbilleder er dens bredde estimeret til 40 km, 25 km og 20-25 km hhv. ud for Thyborøn, Hanstholm og Hirtshals (Aarup, 1994a).

2.4.1 Definition

Den Jyske Kyststrøm er gennem tiderne defineret på forskellige måder. Af Richardson og Jacobsen blev den defineret som det område langs den jyske vestkyst, der er måleligt influeret af ferskvand fra hovedsageligt de tyske floder (Richardson & Jacobsen, 1990). Bolding-Kristensen definerede den som værende et område i den østlige del af Nordsøen, som på grund af specielle hydrografiske forhold har et veldefineret strømningsmønster (Kristensen, 1991a og 1991b). De hydrografiske forhold er som følger:

- a) Forholdsvis lille vanddybde
- b) Store tidevandshastigheder
- c) Store variationer på tværs af kysten i såvel temperatur som salinitet
- d) Området er på 2 sider begrænset af land (mod syd af Centraleuropa og mod øst af Jylland)

Den sidste betingelse bevirker, at transportens størrelse varierer op langs Jyllands vestkyst for nordlige og sydlige vindretninger (se kapitel 4.5). Hvilken definition der er den bedste skal jeg lade være usagt men faktum er, at begge definitioner beskriver den samme strøm.

2.4.2 Vertikal homogen vandmasse

Lagdelingen afhænger af temperaturen, saliniteten og den vindeffekt, der er til rådighed til at skabe omrøring i vandmassen.

Solens strålingsenergi absorberes i de øvre vandmasser, men da vandet har en ringe varmeledningsevne, vil denne varmemestigning være begrænset til de øvre vandmasser. Hermed skabes en lagdeling af vandsøjlen, hvor det varme overfladevand lægger sig ovenpå det tungere koldere vand. Således skabes en stor vertikal temperaturgradient, som kaldes for termoklinen. Et flodudløb vil tilsvarende give anledning til en lagdeling af vandmasserne, hvor det ferske flodvand lægger sig ovenpå det tungere salte vand.

Den vindeffekt, der skal til for at blande vandmassen vertikalt og dermed nedbryde lagdelingen, afhænger af strømforholdene, bølge- og hvirveldannelser, de atmosfæriske vindfelter og vanddybden hvorover vandmassen skal blandes.

Den Jyske Kyststrøm er hovedsageligt vertikalt opblandet, hvilket skyldes flere ting. Først og fremmest er det et lavvandet område med dybder sjældent over omkring 30 meter. Tilmed er den tidevandsgenererede strøm kraftig i den sydlige del af Nordsøen og der blæser relativt ofte fra skiftende retninger i området. Det sidste skyldes, at de danske farvande ligger i den atmosfæriske barokline zone hvilket betyder, at de er præget af frontsystemer med en gennemsnitlig levetid i størrelsesorden en uge (Gill, 1982). Kun i få perioder er Den Jyske Kyststrøm lagdelt og det mest udpræget i den nordlige del, da dybderne her er større og tidevandsstrømmen mindst.

Det er altså en god approksimation at antage, at Den Jyske Kyststrøm er vertikal homogen og barotrop, dvs. ens temperatur og salinitet ned gennem vandmassen. Dette understøttes desuden af målinger (se f.eks. figur 4.7 og 4.8 i Kristensen, 1991a).

Desuden er bundsedimentationen relativt ens op langs den jyske vestkyst og i den lave del af Skagerrak, hvor den hovedsagelig består af sand, grus og sten. Dette betyder, at bundfriktionen er ret ens i Den Jyske Kyststrøm.

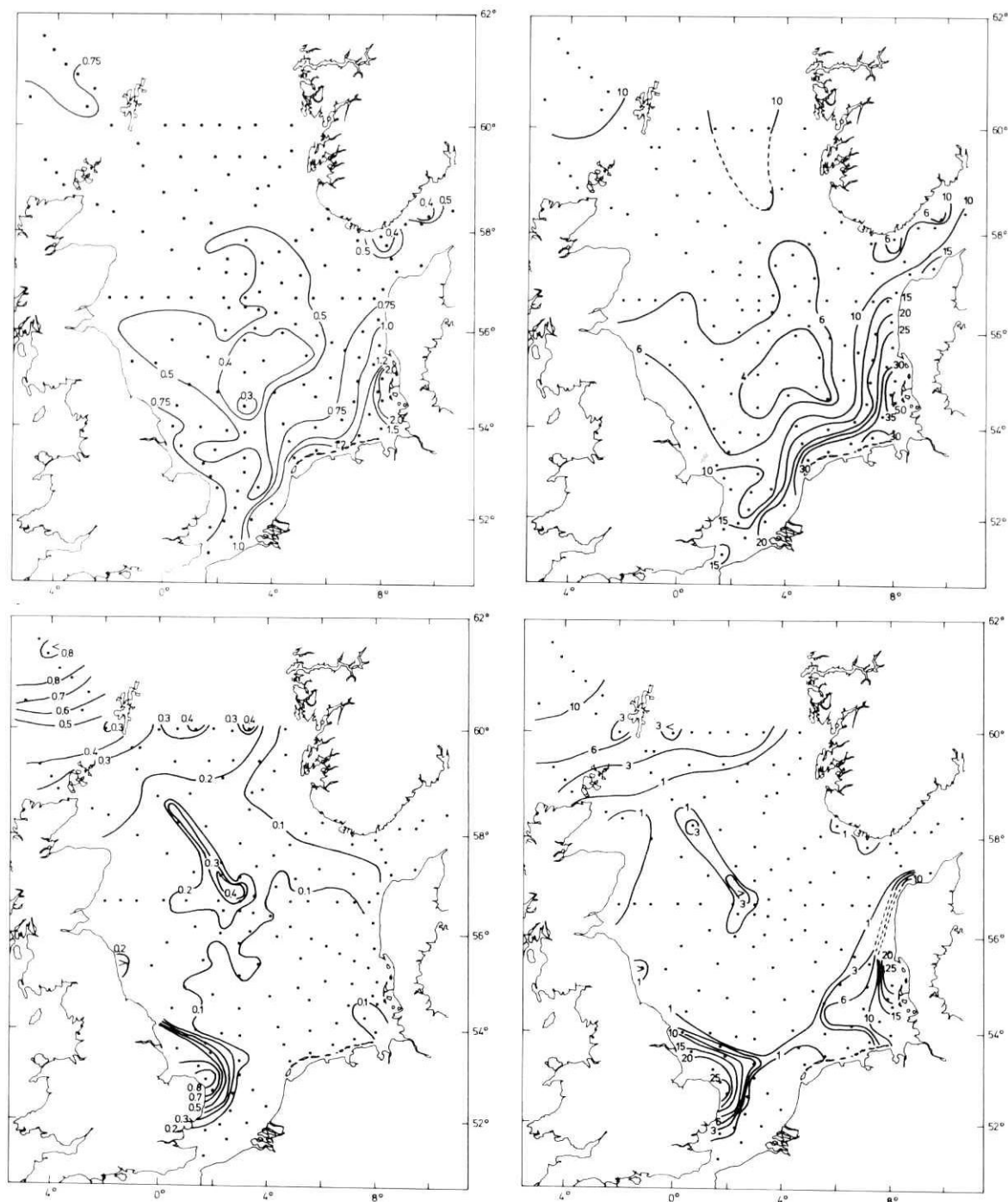
2.4.3 Indhold af næringsstoffer

Den Jyske Kyststrøm har et stort indhold af næringsstoffer, hvoraf en stor del stammer fra Tyske Bugt, hvilken er den sidste store kontinentale kilde til den kystnære strøm inden den drejer mod nord op langs den jyske vestkyst. Således når det uorganiske nitratindhold⁵ de fleste år op over 50 $\mu\text{mol/l}$ og ortho-fosfat niveauet op omkring 2 $\mu\text{mol/l}$ i vinter- og forårsperioden i den Tyske Bugt (figur 2.4). Disse niveauer skal ses i forhold til den anden store kilde, som er Atlanterhavsvand kommende ind i Nordsøen fra nord, der har et konstant nitratniveau på omkring 10 $\mu\text{mol/l}$ og et ortho-fosfat niveau på ca. 0,75 $\mu\text{mol/l}$ (Brockmann et al, 1990). Det samme mønster gør sig gældende for andre næringsstoffer, men Den Jyske Kyststrøm fortyndes dog nordpå, hvorved koncentrationen af næringsstoffer aftager. Tilsvarende er saliniteten ca. 30 psu i Tyske bugt, men blandes nordpå til højere værdier.

Der er en tydelig årscyklus i næringsstofindholdet, hvilket skyldes to ting. For det første omsættes de fleste næringsstoffer af fytoplankton gennem primærproduktionen som er meget afhængig af lys og varme. For det andet er flodernes afstrømning afhængig af årstiden på grund af smeltevand og nedbør. Bemærk desuden Dogger Banke, som er biologisk aktiv gennem hele året, hvorved koncentrationen af næringsstoffer her ikke er speciel høj om vinteren (figur 2.4).

Koncentrationen og den indbyrdes fordeling af næringsstofferne er forskellige fra flod til flod. Således viser figur 2.5, at de tre tyske floder Ems, Weser og Elben hører til sværvægterne, når det gælder koncentrationen af nitrat, og sammenligner man kun med floder øst for Den Engelske Kanal har de tre store tyske floder rent faktisk den største koncentration. Da de samtidigt ifølge figur 2.5 har en stor ferskvandstilførsel, må de anses for at være hovedkilden til de store observerede nitratværdier i Tyske Bugt. Silikat har den

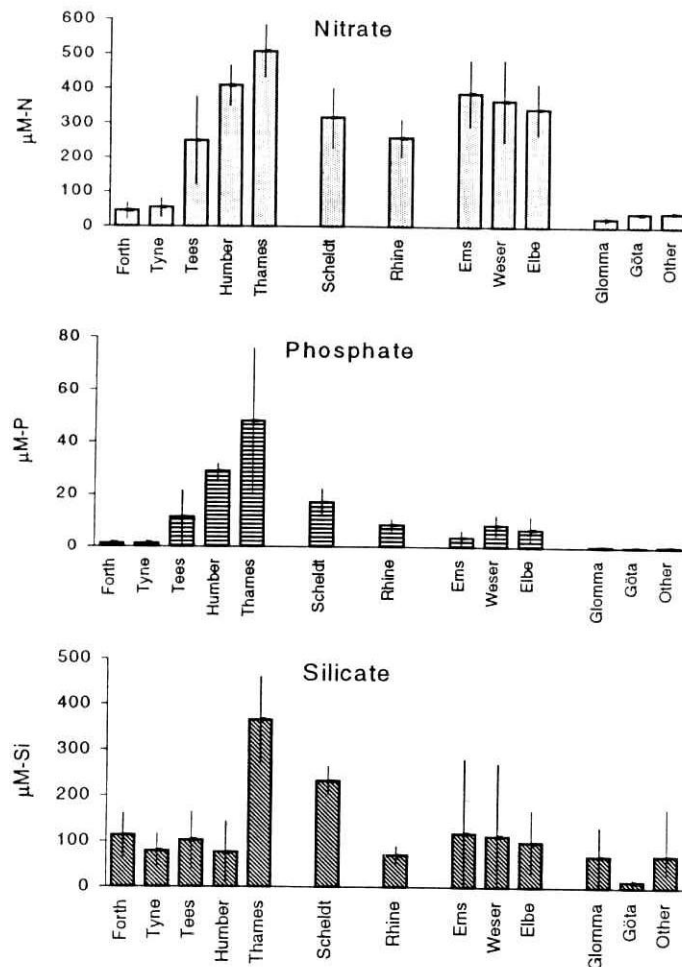
⁵ Her refereres til summen af nitrat og nitrit og ikke nitratindholdet alene (Brockmann et al, 1990), men da nitritniveauet generelt er ca. 10% af nitratniveauet og da det er mere overskueligt at læse nitrat i stedet for "summen af nitrat og nitrit" antager jeg, at nitratindholdet er ca. det samme som koncentrationen af NO_x . Desuden hentyder jeg til uorganisk nitrat og fosfat hvis ikke andet er nævnt.



Figur 2.4 Overfladefordelingen af fosfat (PO_4^{3-}) til venstre samt NO_x (nitrit (NO_2^-) + nitrat (NO_3^-)) til højre ($\mu\text{mol/l}$). De to øverste figurer er fra perioden januar til marts 1987, mens de to nederste er fra maj til juni 1986. Ifølge Baliño (Baliño 1996), kan figurerne betragtes som værende repræsentative for de pågældende perioder. Bemærk den biologiske aktive Dogger Banke, der tydelig viser sig i vintermånederne i form af et relativt lavt indhold af næringsstoffer (Brockmann et al, 1990).

samme tendens som nitrat, men koncentrationen i de tre tyske floder er dog relativt lidt lavere i forhold til de andre floder øst for Kanalen. Samme billede ses for fosfat, men her er det relative forhold endnu lavere.

Af figur 2.5 ses det endvidere, at både nitrat og specielt fosfat koncentrationen er væsentlig højere i de Nordsøens floder end både i Kattegats og Skagerraks fjorde og elve. Dette



Figur 2.5 Middelkoncentrationer af nitrat, fosfat og silikat [$\mu\text{mol/l}$] et stykke oppe i hovedfloderne⁶. "Other" er summen af koncentrationerne af alle de svenske fjorde med undtagelse af Göta. De tynde lodrette streger angiver standardafvigelsen. Der er midlet mellem 1980-1990 (Baliño, 1996).

skyldes naturligvis den store antropogene påvirkning af de store nordsøfloder, som løber gennem adskillige store byer og samtidig har store landbrugsarealer som afvandsområde.

Depositionen af kvælstof fra atmosfæren til Kattegat er estimeret til at udgøre 30-40 % af den samlede kvælstoftilførsel, hvilket er et normalt for kystnære farvande i den industrialiserede verden (Christensen et al, 1996; Larsen et al, 1994). Inden for de sidste par år er atmosfærens bidrag endog estimeret til at være omkring 50 % (se referencer i Højerslev, 1998)

Det skal dog nævnes, at selvom tilførslerne af næringsstof til Nordsøen er endog meget store, så udgør den naturlige mængde af totalt nitrogen og fosfor henholdsvis 73 og 92 % af den samlede tilførsel (Baliño, 1996). Men dette udelukker naturligvis ikke, at de antropogene tilførsler er uden betydning for vandkvaliteten. For eksempel er de ikke jævnt fordelt, hvorved de kan have store lokale konsekvenser.

⁶ Det vil sige, at man tager en prøve et sted inde i floden før end vandet har blandet sig med havvandet. Dette forklarer de høje værdier i forhold til de observerede værdier i f.eks. Tyske Bugt.

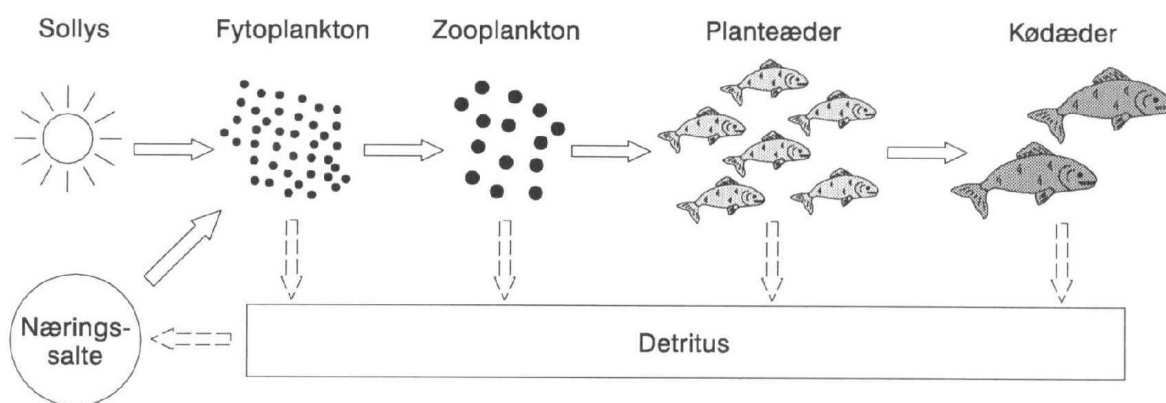
2.4.3.1 Tyske Bugtvand og iltsvind i Kattegat

Den problematiske side af den store mængde næringsstof i Tyske Bugtvand er, at det i og efter opblomstringsperioden, hvor der er lys nok og vandet er blevet varmere, giver næring til forøget plantevækst og biomasse. I sig selv gør det ingenting, men når fytoplanktonmængden op på høje værdier, bliver det hele ikke græsset af zooplankton eller regenereret i vandsøjlen. Den mængde fytoplankton der er i overskud, falder til bunden og går i forrådnelse. Forrådnelsen er en iltforbrugende proces, hvilket medfører reduceret iltindhold i vandet og i værste fald iltsvind (hvorefter anaerobe processer tager over, f.eks. denitrifikation, hvor nitrat bruges til respiration i stedet for ilt).

Skematisk ser respirationen af organisk stof vha. ilt således ud



I figur 2.6 er fødekæden i havet vist i en forenklet udgave.



Figur 2.6 Skematisk billede af fødekæden i havet. Den primære kilde er sollyset, der giver energi, mens de organiske næringsstoffer cirkulerer rundt i fødekæden. Næringsstofferne bliver optaget på ny i fødekæden, når fiskene eller planktonet dør, da det døde materiales næringsstofindhold udskilles under nedbrydning. Tilføres der ekstra næringsstof, kan planktonmængden vokse sig meget stor hvorved der efterfølgende opstår en stigning i dødt materiale (detritus). Når det døde materiale går i forrådnelse falder iltindholdet i vandmassen, da forrådnelsen er en iltforbrugende proces. (Holt, 1993).

At der oftest observeres iltsvind hen på efteråret i de danske farvande hænger sammen med, at forrådneshastigheden stiger eksponentielt med temperaturen som $2^{T/10}$, hvor T er temperaturen i grader celsius (Schrøder & Møller, 1986; Baliño, 1996). På grund af den langsomme forplantning af temperaturen ned gennem vandsøjlen, opnås den maksimale temperatur i de danske farvande netop i sidst på sommeren eller i efteråret (Højerslev & Andersen, 1990). For at forværre billedet endnu mere, så er vindstyrken, og dermed den vindgenererede mixing mindst i sommerperioden (Hansen et al., 1990), hvorved den vindgenererede vandudskiftning til mere iltholdigt vand er mindre. Desuden kan der i tilgift til den permanente haloklin udvikles en termoklin, hvorigennem udskiftning af vand er ringe. For iltniveauet igen skal stige, må der advekteres nyt iltholdigt vand eller også må vandet blandes med det mere iltrige overfladevand, der optager en del ilt fra atmosfæren. Således er vandudvekslingen meget vigtig for vandkvaliteten.

Kommer Tyske Bugt vand ind i Kattegat, vil det lægge sig i en dybde omkring springlaget på grund af densiteten. Da Tyske Bugtvand tilmed har et stort indhold af nitrat, hvilket er det begrænsende næringsstof for fytoplanktonvækst i Kattegat og Bælthavet (Christensen, et al, 1996), opstår der et problem hvis stoffet når op til overfladen. Her er produktionen af

fytoplankton nemlig størst som følge af bedre lysforhold. Blæser det meget i en periode, vil vandmassen blandes og således kommer der ny næring til overfladen. Desuden vil noget af næringsstofferne stige op i overfladelaget som en konsekvens af medrivning, som forklares nedenfor.

I Kattegat stiger saliniteten mod nord i Den Baltiske Strøm, mens bundvandet ikke har en tilsvarende stor horisontal salinitetsgradient. Dette betyder, at der netto er en saltflux fra det nedre til det øvre lag, hvilket sker i en proces kaldet medrivning, hvor et hastighedsgradient mellem 2 lag medfører bølgedannelse i skillefladen. Når den opståede bølgedannelse brækker, blandes vand fra det nedre lag op i det øvre lag, og medrivningen er en realitet (Pedersen, 1980; Pedersen, 1986). Således er der god mulighed for, at nitraten fra Tyske Bugtvandet, som ligger i skillefladen, når op i overfladelaget.

Under forårsopblomstringen vil de fleste næringsstofkoncentrationer falde til nær nul, og enhver efterfølgende ny tilførsel af næringsstof vil optages med det samme (se appendiks D.5 og E.5). Dette er også tilfældet med næringsstoffet nitrat og det hele foregår fra omkring april til september/oktober, hvor lysmængden er stor. Således optager Nordsøen langt hovedparten af de næringsstoffer (incl. nitrat), der i denne periode strømmer nordpå med Den Jyske Kyststrøm. Skal Den Jyske Kyststrøm for alvor gøre skade i Kattegat kræves det altså, at den transporterer næringsrigt vand ind i Kattegat udenfor denne periode. I praksis vil det sige i starten af året, hvor koncentrationen har opnået sit maksimum og tilmed nået længst nordpå.

Hvilket stof der er det begrænsende for planktonproduktion afhænger af den indbyrdes fordeling af de enkelte stoffer. Under omdannelse af næringsstoffer til organisk stof, optages næringsstofferne og kuldioxid i et konstant relativt atomforhold. Dette forhold kaldes for Redfield forholdet og angiver atomforholdet mellem kulstof, nitrogen og fosfat. Forholdet er C:N:P:Si = 106:16:1:18, hvor også silikat er medtaget. Langs den sydlige del af den jyske vestkyst er det fosfat der er den begrænsende faktor om foråret (Brockmann et al., 1990; Skogen et al., 1995), hvilket også bekræftes af dataene (se appendiks D). I Kattegat er det derimod nitrat der er den begrænsende faktor (Christensen, et al, 1996), hvorved der er stor opmærksomhed rettet mod nitratinholdet.

Slutteligt skal det nævnes, at fytoplanktonvæksten kan være begrænset af lysgennemtrængning nær kysterne, da vandet her ofte er grumset (Brockmann et al, 1990).

2.4.4 Vindpåvirkning og blokering

Vindens påvirkning af Den Jyske Kyststrøm er modelleret af Bolding-Kristensen (Kristensen, 1991a & 1991b) ved hjælp af DHI's hydrodynamiske model System 21, som er en barotrop model, der numerisk løser shallow-water ligningerne. I System 21 benyttes det såkaldte Arakawa C grid, der giver en meget præcis fasehastighed for lange tyngdebølger og samtidigt det rigtige fortegn på gruppehastigheden (Mesinger & Arakawa, 1976). Desuden benyttes en ADI (Alternating Direction Implicit) algoritme, som er ubetinget stabil og eksakt til anden orden, da ADI metoden splitter tidsskridtet op i to og løser ligningerne først i den ene retning og bruger resultatet til at løse ligningerne i den anden retning (Staniforth, 1982). Modellen er desuden Danmarks Meteorologiske Instituts stormflodsmodel, så den er kalibreret til de danske farvande med formålet, at modellere tyngdebølger bedst muligt.

Som Bolding-Kristensen selv pointerer, så kan den barotrope model ikke bestemme mængden af vand, der ender i det lagdelte Kattegat, ligesom den ikke kan bestemme hvor meget vand der blander sig med Den Jyske Kyststrøm i form af medrivning, da modellen

er en etlagsmodel. Men man kan bruge modellen til at give en ide om, hvilken indflydelse vinden har fra forskellige retninger og styrker.

Bolding-Kristensen fandt, at massetransporten mod nord langs den jyske vestkyst som funktion af vindhastigheden med stor rigtighed kan bestemmes ud fra ligningen (se endvidere afsnit 5.5):

$$Q(x) = \frac{1/2 f_w \rho_a W^2}{\rho f} x \sin(\varphi_w - 117^\circ) \quad (2.2)$$

hvor f_w er vindfriktionsparameteren, φ_w er vindens retning⁷ relativt til nord, W er vindens styrke, ρ og ρ_a er hhv. vandets og luftens densitet og x er afstanden til Tyske Bugt. Ligningen, som bestemmer ekmantransporten, stemte godt overens med modelresultaterne. Det bemærkes, at der i det analytiske udtryk er antaget, at Den Jyske Kyststrøm er begrænset af land på 2 sider – mod syd af Centraleuropa og mod øst af Jylland.

Man ser, at den maksimale nordgående transport er for vinde blæsende fra sydsydvest (SSW) og den maksimale sydgående transport opnås for vinde fra nordnordøst (NNE). Transporterne er lige store og modsatrettede.

Udtrykket gælder dog ikke nord for Hanstholm ved indgangen til Skagerrak. Her vil noget af transporten dreje mod øst ind i Skagerrak, da den østvendte kyst her ender sit lange lige forløb og knækker. Den resterende del vil fortsætte ud i den centrale Nordsø. Ved at se på den modellerede massetransport over forskellige tværsnit i Den Jyske Kyststrøm konkluderer Bolding-Kristensen, at for en vind blæsende fra SSW er det omkring 75 % der fortsætter ind i Skagerrak hvorimod resten fortsætter ud i den centrale Nordsø. Tilsvarende for vinde blæsende fra NNE konkluderer han, at ca. 75 % af det vand, der transporteres mod syd, stammer fra Skagerrak, mens resten stammer fra den centrale Nordsø. At alt vandet ikke fortsætter ind i Skagerrak for situationer med vind fra SSW skyldes sandsynligvis, at Den Jyske Kyststrøm blokeres nord for Hanstholm af den stærke strøm stammende fra de forskellige vandmasser, der konkurrerer om at slippe ind i Skagerrak.

Da den barotrope model System 21 er en etlagsmodel, kan den ikke modellere Den Norske Kyststrøm. Under specielle forhold med konstant stærk vind fra nord, kan det norske kystvand dække hele Skagerraks overfladevand og dermed blokere for Den Jyske Kyststrøm (Danielssen et al, 1997 ; satellitbilleder i Aarup, 1994a & 1994b). Hermed observeres der lavere saliniteter langs Danmarks kystlinie i Skagerrak end normalt.

⁷ Bemærk den forskellige praksis indenfor meteorologi og oceanografi. I meteorologien taler man om hvor vinden blæser *fra*, mens man indenfor oceanografien taler om strømmen eller transporten *imod*. Dette giver en forskel på 180° i vindretningen og strømretningen hvilket også er tilfældet i (2.2).

3. Tidevand

Tidevandet på jorden skyldes forskellen mellem jordens centripetalkraft og månens og solens gravitationelle tiltrækning, hvilket redegøres for nedenfor.

Først betragtes jord/sol systemet. Grundet rotationen om det fælles tyngdepunkt, vil jorden falde frit imod solen i solens tyngdefelt med en acceleration, der set fra et geocentriske koordinatsystem, dvs. hvor origo er placeret i centrum af jorden, men hvor akserne er drejningsfrie i forhold til fixstjernerne, har en fast translatorisk acceleration. Således påvirkes alle punkter på/i jorden af denne acceleration, hvilket giver sig til udtryk i følgende kraft

$$F_{\text{trans}} = -\frac{Gm_j m_s}{R_0^3} \bar{R}_0 \quad (3.1)$$

hvor G er gravitationskonstanten, m_j og m_s er hhv. jordens og solens masse og R_0 er afstanden fra jordens til solens tyngdepunkt. Solen vil tildele enhver partikel gravitationskraften

$$F_{\text{grav}} = \frac{Gm_j m_s}{R^3} \bar{R} \quad (3.2)$$

hvor R er afstanden fra den pågældende partikel til solens massecentrum. Det bemærkes, at gravitationskraftens retning og størrelse varierer hen over jorden, modsat den translatoriske kraft, der er konstant på hele jorden. Det er denne forskel mellem de ovenstående 2 kræfter der kaldes tidekraften. Således er tidekraften på jorden kraftigst tættest på og længst væk fra solen, hvor hhv. gravitationskraften og den translatoriske kraft dominerer. I jordens massecentrum ophever de 2 kræfter præcist hinanden.

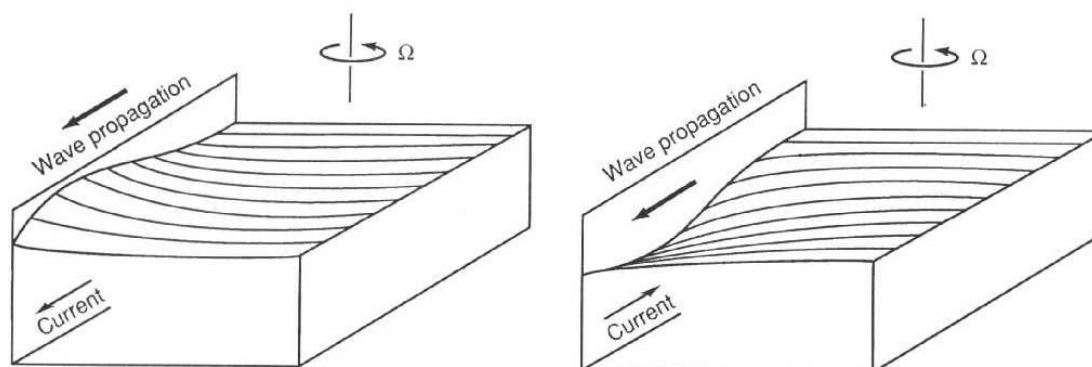
Med en helt analog fremgangsmåde som ovenfor, kan man vise, at månen også påvirker jorden med en tidekraft, men til trods for månens ringe masse, er dens indflydelse på tidekraften på jorden ca. dobbelt så stor som solens. Dette skyldes den kortere afstand mellem måne og jorden. Tidekraften virker både på land og vandmasserne og man taler derfor om tidejord og tidevand, men i det følgende betragtes kun tidevandet.

Vekselvirkningen mellem de 2 tidekræfter, hældningen af rotationsplanerne, de ellipseformede rotationsbaner af månen og jorden samt de forskellige perioder for rotationerne gør, at tidepotentialet er sammensat af et stort antal komponenter. Disse komponenter af simple harmoniske funktioner kaldes konstituenten og de har hver deres karakteristika i form af konstant periode, fase og amplitude.

Da den vertikale komponent af tidekræfterne er mange størrelsesordener mindre end tyngdeaccelerationen, er de helt uden betydning (Pond & Pichard, 1983 og Højerslev, 1989). Således skyldes tidevandet ikke de vertikale kræfter, som man måske fejlagtigt kunne tro. Derimod er det de horisontale tidekræfter, som er sammenlignelige med de øvrige horisontale kræfter, der skaber tidevandet. Sammen med jordens rotation, sætter de tidevandsstrømme i gang, som udbreder sig rundt om jorden som lange barotrope bølger med fasehastigheden $c = \sqrt{gh}$. Således afhænger udbredelsehastigheden af havdybden. Sammen med kysternes tilstedeværelse, der forhindrer vandet i at passere, bevirker dette, at der mange steder opstår en tidsforsinkelse mellem månens passage og højvande.

3.1 Kelvinbølger

Lange bølger, der bevæger sig under påvirkning af corioliskraften, vil på den nordlige halvkugle dreje til højre for udbredelsesretningen. Er der imidlertid en kyst til højre, er bølgen forhindret i at foretage sig denne drejning, men vil i stedet for bygge vand op langs kysten og der opstår hermed en trykgradient på tværs. Når denne opstuvning af vand er tilstrækkelig stor, vil bølgen være i geostrof ligevægt på tværs af kysten, dvs. trykgradientkraften og corioliskraften balancerer hinanden. Hermed vil bølgen udbrede sig parallelt med kysten, og vandstanden vil stige eksponentielt jo nærmere man kommer land (se figur 3.1).



Figur 3.1 Kelvinbølge med kyst til højre for udbredelsesretningen (nordlig halvkugle) og hhv. positiv og negativ vandstand, hvilket resulterer i en strøm hhv. i og modsat bølgens udbredelsesretning. (Cushman-Roisin, 1994).

En lang bølge, der påvirkes af corioliskraften og udbreder sig langs en kyst til højre for udbredelsesretningen (nordlig halvkugle), kaldes en kelvinbølge. Den har samme fasehastighed som lange bølger, $c = \sqrt{gh}$, dvs. vanddybden bestemmer størrelsen af hastigheden. Desuden er gruppehastigheden lig fasehastigheden, hvilket betyder at energien udbreder sig med samme hastighed som bølgens fasehastighed. Corioliskraftens indflydelse på bølgen bestemmes af Rossbys deformationsradius $a = c/f$, som er et mål for den horisontale skala ved hvilken jordens rotation får betydning. Den matematiske beskrivelse af kelvinbølger findes i appendiks A.

3.2 På lavt vand

På lavt vand ændrer tidevandsbølgen sig af flere årsager. Bølgens form ændrer sig, hvilket skyldes bølgetoppens og bølgedalens forskellige fasehastigheder, der er givet som hhv. $c = \sqrt{g(h_0 + \eta_0)}$ og $c = \sqrt{g(h_0 - \eta_0)}$, hvor h_0 middeldybden af vandsøjlen og η_0 er bølgeamplituden. Således indhenter bølgetoppen langsomt bølgedalen og bølgen bliver stejlere, således at tiden fra ebbe til flod bliver længere end den tiden fra flod til ebbe. Desuden bevirker bundfriktionen, at amplituden aftager med tiden.

3.2.1 Ikke lineære effekter

På grund af ikke lineære led, skifter tidevandsbølgen karakter på lavt vand (Kristensen, 1991a). Dels opnår man en tideinduceret residualhastighed, og dels opnår man "overtides", hvilket er tidevandskomponenter, der er hurtigere end de rene astronomiske, så som

M_4 , der er en kvartdaglig tidekonstituent stammende fra månens halvdaglige konstituent M_2 .

På lave områder vil betingelsen, at den tideinducerede elevationen er meget mindre end gennemsnitsdybden, ikke nødvendigvis være opfyldt og man bliver nødt til at tage hensyn til de deraf fremkommende ikke lineære led.

Antages den tidevandsgenererede elevation at variere harmonisk som en sinusfunktion

$$\eta = \eta_0 \sin(k(x - ct)) \quad (3.3)$$

hvor $c = \sqrt{gh}$ er fasehastigheden for en lang bølge, kan man ud fra kontinuitetsligningen i shallow-water teorien finde strømhastigheden u som

$$u = \frac{c}{h} \eta_0 \sin(k(x - ct)) \equiv u_0 \sin(k(x - ct)) \quad (3.4)$$

Transportstrømhastigheden midlet over en bølgeperiode giver

$$\bar{u} = \frac{\int_0^{2\pi/\omega} u(h + \eta) dt}{\int_0^{2\pi/\omega} (h + \eta) dt} = u_0 \frac{u_0}{2c} \quad (3.5)$$

hvor $\omega = kc$ definerer fasehastigheden. Indsætter man typiske værdier fra den sydøstlige del af Nordsøen, får man en nordgående tideinduceret residual transporthastighed af størrelsesordenen cm/s. Ud fra denne hastighed kan man estimere den nordgående massetransport stammende fra tidevandet til at være af størrelsesordenen $30.000 \text{ m}^3/\text{s}$, hvor middeldybden er taget til omkring 30 m og bredden til ca. 100 km.

Den anden ikke-linearitet, der ændrer tidevandsbølgens karakter, er de advektive led. Dette illustreres let ved at tage en enkelt tidevandskomponent, der antages at variere harmonisk i x -retningen som (3.4). Man får

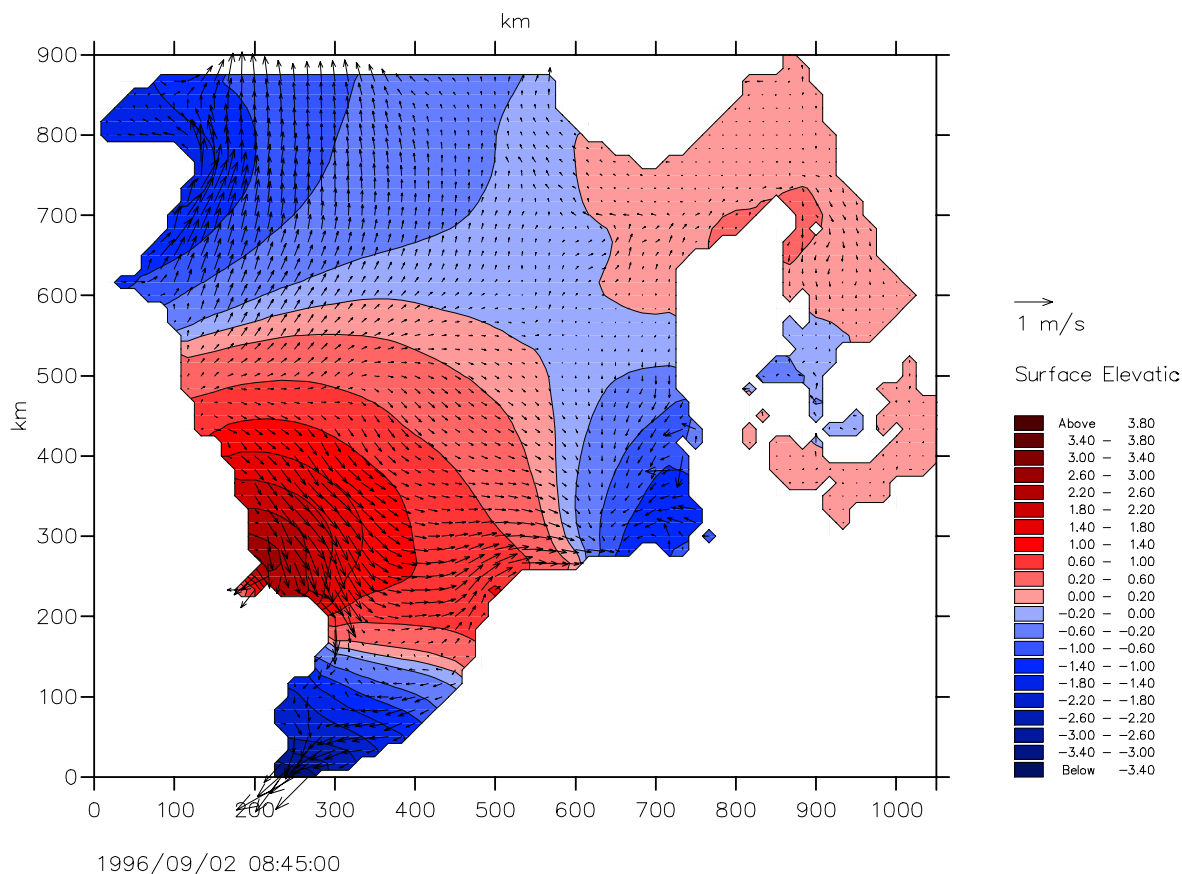
$$u \frac{\partial u}{\partial x} = ku_0^2 \sin(k(x - ct)) \cos(k(x - ct)) = \frac{1}{2} ku_0^2 \sin(2k(x - ct)) \quad (3.6)$$

hvilket er en bølge med dobbelt så stor frekvens og bølgetal som (3.4). Ligningen kaldes for Stoke's drift.

Normalt er de advektive led uden betydning for udbredelsen af tidevandsbølger, da forholdet $\frac{\partial u}{\partial t} / u \frac{\partial u}{\partial x} \sim c_f / u \approx \sqrt{gh} / u \gg 1$ på de fleste havdybder. Således dominerer den tidslige variation totalt det advektive led så længe man ikke befinder sig på meget lavt vand.

3.3 Tidevand i Nordsøen

I Nordsøen vil de indkommende tidevandsbølger fra Atlanterhavet udbrede sig som kelvinbølger. Man kan forestille sig Nordsøen som en lukket kasse med England mod vest, Danmark mod øst og Centraleuropa mod syd. De bølger der kommer ind fra nord vil på grund af corioliskraften bevæge sig mod syd langs Englands østkyst, reflektere i bunden af kassen, hvorefter de fortsætter mod nord med Danmark på deres højre side. Således opstår der en cyklonal cirkulation i Nordsøen forårsaget af tidepotentialet med kysten til højre set i udbredelsesretningen.



Figur 3.2 Tidevandsbølge i Nordsøen uden atmosfærisk forcering (vind og tryk) til et tilfældigt tidspunkt. Langs Englands østkyst ses mod nord en bølgedal og mod syd en bølgetop. I vadehavet ses en bølgedal og i Skagerrak ses resterne af en gammel bølgetop, hvis størrelse er kraftigt reduceret på grund af bundfriktionen.

På grund af den engelske kanal, der danner en passage i den sydlige del, er Nordsøen dog ikke en helt lukket kasse. Imidlertid er passagen snæver fra nordsø siden, således at det meste af bølgen reflekteres og kun en lille del fortsætter ud gennem kanalen. Gennem kanalen kommer endnu en tidevandsbølge, der superponerer med den reflekterede bølge og sammen vandrer de mod nordnordøst langs Danmarks vestkyst. Nord for Hanstholm afbøjes en del af bølgen langs Jammerbugten ind i Skagerrak, mens resten af bølgen fortsætter nordpå. På dette tidspunkt har bundfriktionen dog reduceret tidevandsamplituden og -strømmen væsentligt, således at de er under en halv meter hhv. under 0,2 m/s.

Den tidegenerende cirkulation i Nordsøen bestemmes udover de indkommende tidevandsbølger af blandt andet kysternes form og bundforholdene. Da tidevandsbølgerne er lange bølger, vil fasehastigheden afhænge af havdybden. I Nordsøen ser man tydeligt dette over Norske Rende, hvor tidevandsbølgen ændrer hastighed. Desuden kan en brat ændring i havdybden bevirke, at en del af bølgen reflekteres og den anden del transmitteres med en ændret fasehastighed og amplitude (Højerslev, 1989).

På figur 3.2 ses tidevandet i Nordsøen simuleret med den hydrodynamiske barotrope 2 dimensionale model MIKE 21, som er den kommende operationelle stormflodsmodel ved Danmarks Meteorologiske Institut. Modellen er kørt uden nogen form for atmosfærisk forcering, således at det er det rene tidevand man ser. Dette er lagt på nordranden og ved den Engelske Kanal. Langs Englands østkyst ses mod nord en bølgedal og mod syd en bølgetop. I vadehavet ses en bølgedal og i Skagerrak ses resterne af en gammel bølgetop, hvis størrelse er kraftigt reduceret på grund af bundfriktionen. Bemærk strømpilene, der

som beregnet i Appendiks A og vist på figur 3.1, er i bølgens udbredelsesretningen for en positiv vandspejlshædning og mod udbredelsesretningen for bølgen ved en bølgedal. Således kan man få en fornemmelse af hvordan kelvinbølgen forplanter sig i Nordsøen.

4. Vindeffekter og transporter

I kystnære områder er vindens stresspåvirkning på havoverfladen ofte vandets primære drivkraft. Imidlertid er bevægelserne i havet turbulente, så indledningsvis beskrives turbulens. Herefter beskrives forskellige modeller for vindens indflydelse på strømningsmønstret og volumentransporterne i havet. Til sidst opstilles en analytisk model for vindens indflydelse langs den jyske vestkyst.

4.1 Turbulens og friktion

Når to ikke ideale væsker bevæger sig op ad hinanden, opstår der en friktionskraft, som søger at udligne hastighedsforskellen ved at overføre impuls fra den hurtigste bevægende væske til den langsommeste. Således vil en stærk vind over havet skabe en friktionskraft på havoverfladen og derved overføre impuls og energi fra atmosfæren til havet. Overførslen vil ske på grænsefladen mellem luft og vand, hvorved vandet opnår en større hastighed. Tænker man sig havets top delt op i mange lag med infinitimale tykkelser, så vil det øverste lag ligeledes overføre impuls til det næstøverste lag over deres fælles grænseflade og så fremdeles med de øvrige lag. Herved skabes et hastighedsshear mellem hver enkelt lags top og bund, hvilket trækker energi og impuls fra atmosfæren til havet. Tilsvarende vil bunden trække energi og impuls ud af det nedre lag i vandsøjlen, hvilket kaldes for det nedre ekmanlag.

Denne impulsoverførsel sker over flere dekader af længdeskalaer lige fra den molekylære skala til betydelige større skalaer med store turbulente hvirvler, også kaldet eddy'er. Den molekylære impulsoverførsel sker ved, at molekyler skifter plads grundet deres tilfældige termiske bevægelser. Turbulens beskrives ofte som hvirvler der opstår som følge af en hastighedsforskel, også kaldet shear. Disse hvirvler kan karakteriseres ved en rumlig størrelse og en levetid. De kan f.eks. være opstået ved eksemplet ovenfor, hvor vinden forcerer et hastighedsshear ned gennem vandsøjlen. Disse hvirvler skaber igen større hvirvler som følge af det hastighedsshear, der opstår imellem dem. Sådan skabes større og større hvirvler, og den maksimale størrelse bestemmes af den impulsmængde, atmosfæren overfører til havet. Alt imens at disse hvirvler af forskellige størrelse dannes, blandes vandmassen således at den bliver mere og mere homogen, hvorved den potentielle energi øges.

Når vinden, som er kilden til ny energi, ophører vil hvirvlerne dø ud. Dette sker i noget nær den omvendte rækkefølge af den måde de opstod på. De store hvirvler vil skabe et lokalt shear hvor de mødes indbyrdes. Således danner de selv mindre eddy'er og denne mekanisme fortsætter med at flytte energi til mindre og mindre skala indtil hvirvlerne bliver så små, at den molekylære dissipation omdanner deres bevægelse til varme.

I reglen er den molekylære viskositet mange størrelsesordener mindre end den turbulente, så i det følgende vil der ses bort fra den molekylære viskositet.

Som indikeret i starten af dette kapitel er bevægelserne i havet turbulente, og de størrelser der har været opereret med i forgående kapitel er egentlig middelstørrelser. Den turbulente bevægelse kan matematisk deles op i en middelhastighed og en fluktuerede turbulent hastighed, $u_i = \bar{u}_i + u'_i$, hvor middelværdien af hastighedsfeltet er taget over en så tilstrækkelig stor tidsskala, at man kan se bort fra de turbulente fluktuationer. Indsætter man udtrykket i Navier-Stokes ligninger og derpå midler, får man to nye led af formen $-\partial/\partial x_i (\overline{u'_i u'_j})$ stammende fra advektionsleddene. Disse led beskriver den turbulente

friktion, og kaldes for Reynold stress'ene. Efter en del overvejelser analoge til dem der gøres senere i kapitel 5.1.1 om turbulens, når man frem til en førsteordens lukning

$$-\overline{u'_i u'_j} = A_h (\partial \bar{u}_i / \partial x + \partial \bar{u}_i / \partial y) + A_z \partial \bar{u}_i / \partial z \quad (4.1)$$

hvor A_h og A_z er hhv. den horisontale og vertikale turbulente viskositet, der begge er defineret analogt til den molekylære viskositet. Det skal bemærkes, at hvor den molekylære viskositet afhænger af stoffet, så afhænger den turbulente viskositet af strømmingen. Derfor er turbulent viskositet i reglen ikke konstant, men man kan lære meget og nå langt ved at antage, at den er konstant.

Da den vertikale skala af oceanets grænselag er meget mindre end den horisontale skala hvorpå stress'ene varierer, er det sidste led af størst betydning. Eksempelvis er oceanets grænselag typisk af størrelsesorden 50 meter, mens den horisontale skala af stressvariationerne tit er mesoskalafænomener af størrelsesorden nogle hundrede kilometer. Derfor vil der i det følgende kun medtages det sidste led i (4.1).

Indsætter man ligeledes hastigheden som $u_i = \bar{u}_i + u'_i$ i kontinuitetsligningen og midler derpå, opstår der ikke nye led, da den ikke indeholder ulineære led. I det følgende vil flere forskellige modeller med vinden som drivkraft blive præsenteret med shallow-water modellen som udgangspunkt.

$$x : \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f\bar{v} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \quad (4.2)$$

$$y : \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + f\bar{u} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) \quad (4.3)$$

$$z : p(z) = -\rho g(z - \eta) + p_a \quad (4.4)$$

$$\text{kont.lign.} : \frac{\partial \eta}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \eta}{\partial y} = -h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) \quad (4.5)$$

Her er p_a lufttrykket, η vandstanden, (u,v) den horisontale strømhastighed og f coriolisparameteren. Foruden det vertikale stress, indeholder de to bevægelsesligninger trykgradientkraften på højre side og hhv. den tidsafledede af hastighedsfeltet, advektionsleddene og corioliskraften på venstre side. Kontinuitetsligningen er vertikalt integreret som er sædvanen i shallow-water modellen.

Vindstresset er normalt givet som $\tau_x^w = \rho_a c_d U \sqrt{U^2 + V^2}$ og $\tau_y^w = \rho_a c_d V \sqrt{U^2 + V^2}$, hvor (U,V) er vindens hastighed i hhv. x og y -retningen, typisk i 10 meters højde, og ρ_a er luftens densitet. Bundstresset antages normalt enten på samme form som vindstresset (free-slip): $\tau_x^b = \rho c_d u_b \sqrt{u_b^2 + v_b^2}$ og $\tau_y^b = \rho c_d v_b \sqrt{u_b^2 + v_b^2}$, hvor (u_b, v_b) er strømhastigheden ved bunden (f.eks. Csanady, 1982), eller også benyttes no-slip betingelsen ved bunden. Bemærk, at vindstresset τ^w og bundstresset τ^b kun giver noget for hhv. overfladen ($z=\eta$) og bunden ($z=-h$), hvorved fortegnene foran stress'ene bliver forskellige i bevægelsesligningerne. Bemærk desuden, at vindstresset er et eksternt input, og bundstresset τ^b afhænger af strømmingen. Et simpelt eksempel, der illustrerer forskellen er et hav i hvile. Her vil bundstresset være nul, mens vindstresset kun er nul hvis vinden er det. Indsættes disse stress og lineariseres, tager de to bevægelsesligninger og kontinuitetsligningen følgende udseende for den vertikalt midlede strømning i et homogent hav.

$$x : \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - f\bar{v} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_x^w - \tau_x^b}{\rho h} \quad (4.6)$$

$$y : \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + f\bar{u} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\tau_y^w - \tau_y^b}{\rho h} \quad (4.7)$$

$$\text{kont.lign. : } \frac{\partial \eta}{\partial t} = -h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) \quad (4.8)$$

Med lineariseringen er der antaget, at de advektive led er af mindre betydning end de øvrige led. Normalt ser man på forholdet mellem de advektive led og coriolisleddet, hvilket forhold kaldes for Rossby nummeret. Er det mindre end 1, er de advektive led af mindre betydning end coriolisleddene. I dette tilfælde antages det, at bevægelserne foregår på så stor skala, at de vil indstille sig i geostrofisk ligevægt udenfor grænselagene, hvor stressleddene er af betydning. På den måde reduceres Rossby tallet.

Da alle størrelser i (4.2) til (4.8) er midlede størrelser, undlader jeg for overskuelighedens skyld at medtage midlingstregen i de følgende afsnit, men lader det være underforstået, at jeg taler om midlede størrelser.

4.2 Ekmans beskrivelse

I 1902 udgav Ekman sin doktordisputat, hvori han præsenterede en løsning af problemet jordens rotations indflydelse på vinddrevne strømme. Det var oprindeligt Nansen, der under hans polar ekspedition, observerede, at isbjerge bevægede sig med strømmen til højre for vinden. En dag bad han hans Norske kollega Bjerknes om at finde en studerende, der kunne lave et teoretisk studie om emnet på basis af hans observationer, og så faldt valget altså på Ekman. I dette afsnit vil Ekmans beskrivelse gennemgås i en lettere modificeret udgave, idet den geostrofiske strøm medtages.

4.2.1 Ekmanspiral

Antag at overfladen har en konstant hældning, hvilken f.eks. kan være opstået ved opstuvning af vand mod en lang lige kyst. Antag endvidere at bundstresset er negligerbart, at der ikke er nogen accelerationer i vandet, samt at man befinder sig langt fra kysten. Så reduceres bevægelsesligningerne til

$$\begin{aligned} -f(v - v_g) &= -A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ f(u - u_g) &= -A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

hvor A_z er antaget konstant med dybden og hvor $fu_g = -g \partial \eta / \partial y$ og $-fv_g = -g \partial \eta / \partial x$ definerer den geostrofiske strøm. Grænsebetingelsen ved overfladen og i den indre del af havet er

$$\begin{aligned} \rho A_z \frac{\partial u}{\partial z} &= \tau_x^w, & \rho A_z \frac{\partial v}{\partial z} &= \tau_y^w & \text{for } z = \eta \approx 0 \\ u &\rightarrow u_g, & v &\rightarrow v_g & \text{for } z \rightarrow -\infty \end{aligned} \quad (4.10)$$

Løsningen findes i Appendiks C. I lighed med ekmantransporten, er hastighedsvektoren delt op i to uafhængige bidrag – den vindinducerede og hældningens bidrag – kaldet ekmanstrømmen og den geostrofiske strøm. Lægges vinden i x-retningen fås den samlede strømvektor som

$$\begin{aligned} u &= \frac{\tau_x^w}{\rho f d} e^{\pi z/d} \sin\left(\frac{\pi z}{d} + \frac{\pi}{4}\right) + u_g \\ v &= \frac{-\tau_x^w}{\rho f d} e^{\pi z/d} \cos\left(\frac{\pi z}{d} + \frac{\pi}{4}\right) + v_g \end{aligned} \quad (4.11)$$

hvor $d = \pi \sqrt{\frac{2A_z}{\rho f}}$ er ekmandybden af det øvre lag. I denne dybde er den vindinducerede

strømstyrke kun ca. 4% af styrken i overfladen og hastighedsvektoren er modsat rettet den vindinducerede overfladestrøm, som ses at være drejet 45° til højre for vindstresset (for den nordlige halvkugle). Typiske værdier for ekmandybden i de danske farvande er i størrelsesorden 50 meter. Set fra oven danner den vindinducerede strømprofil en højreskrue og aftager eksponentielt i styrke med dybden. På grund af dette kaldes strømprofilen for ekmanspiralen. Ekmanspiralen skal forstås som en balance mellem friktionskraften, vindfriktionskraften og corioliskraften. I samme øjeblik som vindstresset har sat det øverste vandlag i gang, starter corioliskraften at virke til højre for bevægelsesretningen, hvorved strømmen drejes mod højre for vindstresset. Samtidig vil friktionskraften, hidhørende fra laget umiddelbart under, virke modsat bevægelsesretningen. Er disse tre kræfter i balance, vil strømmen i det øverste lag være drejet til højre for vindstresset. På samme måde drejes det andet lag en smule til højre for det første lag, og resultatet er en højredrejet spiral, der aftager i styrke ned gennem vandsøjlen, som følger af energitabet ned gennem lagene.

Det ses, at strømhastigheden er omvendt proportional med ekmandybden, som igen afhænger af den turbulente viskositet A_z . Dvs. for en næsten ikke-viskøs væske (A_z lille og dermed d lille) kan selv et moderat vindstress generere store strømhastigheder.

Den geostrofiske komponent af strømhastigheden er en balance mellem trykgradientkraften og corioliskraften og er således parallel med vandstandshældningen i retningen med den største vandstand til højre for dens udbredelsesretning (på den nordlige halvkugle). Denne strøm er dominerende udenfor ekmanlagene, men virker også i ekmanlagene hvilket bevirker, at den samlede overfladestrøm næsten altid danner en vinkel på under 45° i forhold til vindstresset. En anden faktor, der gør vinklen mindre er, at A_z i praksis ikke er konstant med dybden (Larsen, 1993). Desuden opnås der sjældent en stationær tilstand, da vinden varierer i både retning og styrke.

Tilsvarende den øvre ekmanspiral dannes også en ekmanspiral ved bunden som følge af bundstresset. Antagelserne er næsten de samme, men nu ses der bort fra vindstresset. Derimod er bundstresset ikke negligibelt mere. Bevægelsesligningerne tager samme form som før (ligning (4.9)) men grænsebetingelserne er anderledes

$$\begin{aligned} \tau_x^b &= \rho A_z \frac{\partial u}{\partial z} \equiv \rho \gamma u, & \tau_y^b &= \rho A_z \frac{\partial v}{\partial z} \equiv \rho \gamma v & \text{for } z = -h \\ u &\rightarrow u_g, & v &\rightarrow v_g & \text{for } z \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (4.12)$$

hvor bundstresset er antaget proportional med den samlede strømhastighed (også kaldet Rayleigh friktion). Proportionalfaktoren γ kaldes for friktionskoefficienten, hvor $\gamma=0$ svarer det til ingen friktion ved bunden mens $\gamma \rightarrow \infty$ svarer til "no-slip" grænsebetingelsen.

Dybden af havet sættes til h , som antages meget større end ekmandybden d . Løsningen findes i Appendiks C. Igen er hastighedsvektoren delt op i to uafhængige bidrag – bundfriktionens og hældningens bidrag. Lader man x -retningen være sammenfaldende med den geostrofiske strøm (hvorved $v_g=0$) og bruges "no-slip" grænsebetingelsen ved bunden⁸ får man følgende udtryk for den samlede strøm

$$\begin{aligned} u &= u_g \left(1 - e^{-\pi(z+H)/d} \cos\left(\frac{\pi(z+H)}{d}\right) \right) \\ v &= u_g e^{-\pi(z+H)/d} \sin\left(\frac{\pi(z+H)}{d}\right) \end{aligned} \quad (4.13)$$

hvor den nedre ekmandybde d er defineret analogt til den øvre ekmandybde. Dog behøver ekmandybderne ikke at være ens, da den turbulente viskositet A_z ikke nødvendigvis har samme værdi gennem vandsøjlen, men størrelsesordenen er dog den samme.

Set fra oven danner ekmandelen af strømmingen en venstreskrue og den samlede strømning aftager til nul ved bunden pga. "no-slip" grænsebetingelsen. Den nedre ekmanspiral drejer altså modsatte vej rundt end den øvre ekmanspiral. Dette skyldes at spiralen nu er beliggende over grænsefladen, som prøver at bremse bevægelsen. Fysisk kan man forklare spiralens drejning med, at hastigheden bliver mindre og mindre ned mod bunden, hvilket tilsvarende reducerer corioliskraften, der er proportional med hastigheden. Hermed kan corioliskraften ikke blive ved med at opretholde balance med trykgradientkraften (geostrofisk strømning), og strømmen drejer til venstre indtil vektorsummen af corioliskraften og bundfriktionen balancerer trykgradientkraften. Tæt ved bunden er den samlede strømning drejet 45° til venstre for den geostrofiske strømning over ekmanlaget. Dette kan man overbevise sig om ved at Taylor-udvikle (4.13) omkring $z=h$.

I atmosfæren findes tilsvarende et nedre ekmanlag, som drejer vindvektoren til venstre for den geostrofiske vind over det atmosfæriske grænselag, da grænsefladen ligger under grænselaget. Da denne drejning er op til 45° ved havoverfladen og havets øvre strømvektor er drejet op til 45° til højre for vindvektoren (=vindstressets retning), vil de to modsatte drejninger bevirke, at strømvektoren ved havoverfladen omtrent har samme retning som den geostrofiske vind over det atmosfæriske grænselag (Pond & Pickard, 1983).

Dog observeres en fuldt udviklet ekmanspiral næsten aldrig i praksis, da der sjældent hersker stationære tilstande (Pond & Pickard, 1983), men analyserne illustrerer resultatet af vind- og bundfriktionen.

4.2.2 Ekmantransport og geostrofisk strøm

Antag at overfladen har en konstant hældning, hvilken f.eks. kan være opstået ved opstuvning af vand mod en lang lige kyst. Antag endvidere at bundstresset er negligibelt, at der ikke er nogen accelerationer i vandet, samt at man befinder sig langt fra kysten. Antages desuden stationære tilstande reduceres bevægelsesligningerne (4.6) hhv. (4.7) til

⁸ Den generelle løsning med "free-slip" findes i Appendiks C.

$$\begin{aligned}
 -f(v - v_g) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x^w}{\partial z} \\
 f(u - u_g) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_y^w}{\partial z}
 \end{aligned}
 \tag{4.14}$$

hvor $fu_g = -g \partial \eta / \partial y$ og $-fv_g = -g \partial \eta / \partial x$ definerer den geostrofiske strøm, som er dominerende udenfor grænselaget.

Integreres hastighederne over dybden (-h til 0) får man volumentransporten pr breddeenhed q [m^2/s]

$$\begin{aligned}
 q_x &= \frac{\tau_y^w}{\rho f} - \frac{gh}{f} \frac{\partial \eta}{\partial y} \\
 q_y &= -\frac{\tau_x^w}{\rho f} + \frac{gh}{f} \frac{\partial \eta}{\partial x}
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$

Man ser at volumentransporten er en sum af to bidrag - vindens og trykgradientens. De stammer fra en balance mellem hhv. anden og første led på højresiden af (4.6) og (4.7) og corioliskraften på venstresiden og benævnes hhv. ekmantransporten og den geostrofiske transport.

Den geostrofiske komponent af volumentransporten, som er dominerende udenfor ekmanlagene (men som også virker i ekmanlagene), er alene en balance mellem trykgradientkraften og corioliskraften, der hhv. virker mod lavere vandstand og til højre for udbredelsesretningen på den nordlige halvkugle. Den geostrofiske volumentransport (og strømmen) er således parallel med vandstandshældningen i retningen med den største vandstand til højre for dens udbredelsesretning (på den nordlige halvkugle).

Vindens bidrag resulterer i, at transporten er til højre for vindens retning (nordlig halvkugle hvor $f > 0$). Dette ses ved f.eks. at vælge koordinatsystemet således, at vinden udelukkende er i negativ x-retning, hvorved massetransporten bliver i positiv y-retning. Dette resultat kaldes for ekmantransporten og skyldes, at balancen alene er mellem corioliskraften, der ligeledes virker til højre for bevægelsesretningen (på nordlig halvkugle) og vindstresset, der virker i vindens retning. ekmantransporten er dominerende i de øvre vandmasser, også kaldet ekmanlaget, hvis dybde er af størrelsesordenen 50 meter i de danske farvande (se afsnit 4.2.1). Den samlede transport i ekmanlaget er dog en sum af den geostrofiske transport og ekmantransporten, hvorved den samlede transport ikke nødvendigvis er 90° til højre for vindvektoren ved havoverfladen. Desuden er der ovenfor antaget stationære forhold, hvilket sjældent opnås.

Tilsvarende den øvre ekmantransport, findes også en nedre ekmantransport. Tages de samme antagelser som før med undtagelse af, at bundstresset ikke er negligibelt samt at vindstresset er nul, kan man udregne volumentransporten ved at integrere strømmingen over dybden. Antager man "free-slip" ved bunden og lader bundfriktionspændingen være proportional med hastigheden (den såkaldte Rayleigh friktion som også blev brugt i afsnit 4.2.1 til at beregne strømprofilet) får man følgende udtryk for den samlede transport

$$\begin{aligned}
 q_x &= -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{(2K^2 + 2K + 1)} \left[(2K + 1) u_g + v_g \right] d + u_g h \\
 q_y &= -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{(2K^2 + 2K + 1)} \left[(2K + 1) v_g - u_g \right] d + v_g h
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

hvor den geostrofiske strøm (u_g, v_g) er givet i Appendiks C, γ er friktionskoefficienten og $K \equiv \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{A_z f}{2}}$. Ekmandybden d af det nedre lag er defineret på samme måde som den øvre ekmandybde, men de er nødvendigvis ikke ens, da den turbulente viskositet A_z kan være forskellig i de to dybder.

Bruges "no-slip" grænsebetingelsen ved bunden ($\gamma \rightarrow \infty$ eller $K \rightarrow 0$) og lader man x -retningen være sammenfaldende med den geostrofiske strøm over det nedre ekmanlag (hvorved $v_g=0$) får man

$$\begin{aligned} q_x &= -\frac{1}{2\pi} u_g d + u_g h \\ q_y &= \frac{1}{2\pi} u_g d \end{aligned} \quad (4.17)$$

Igen består volumentransporten af to bidrag – bundens og den geostrofiske. Den geostrofiske komponent er forklaret ovenfor. Bundfriktionen bidrager dels med at reducere størrelsen af transporten i det nedre lag med omkring 14% (for "no-slip") og dels med at ændre dens retning. Da grænsefladen er beliggende under grænselaget er drejningen til venstre for den geostrofiske strøm over det nedre ekmanlag. Drejningen af den samlede volumentransport til venstre for den geostrofiske strømning i det nedre ekmanlag kan udregnes til omkring 11° for "no-slip" og den bliver mindre for "free-slip". Det skal bemærkes, at resultatet er udledt under antagelse af en konstant vertikal turbulent viskositet A_z i det nedre ekmanlag.

I dette afsnit er transporterne langt fra land blevet beskrevet. I afsnit 4.3 og 4.4 beskrives hvad der sker, når en vind blæser på langs hhv. på tværs af en lang lige kyst.

4.2.3 Ekmanpumpning

Hvis vinden varierer over et område, vil ekmantransporten også ændre sig, hvorved der kan skabes konvergens eller divergens i vandmasserne. Således vil et lavtryk på den nordlige halvkugle skabe divergens i havoverfladen, da ekmantransporten vil være rettet radiale væk fra lavtrykkets centrum som følge af vindretningen. Da massen er bevaret i havet, vil der hermed opstå en vertikal transport umiddelbart under ekmanlaget. Den vertikale hastighed associeret med denne transport kaldes for ekmanpumpning.

Starter man med at integrere kontinuitetsligningen over laget og benytter, at $w=0$ ved overfladen får man

$$w = \frac{\partial q_x^E}{\partial x} + \frac{\partial q_y^E}{\partial y} \quad (4.18)$$

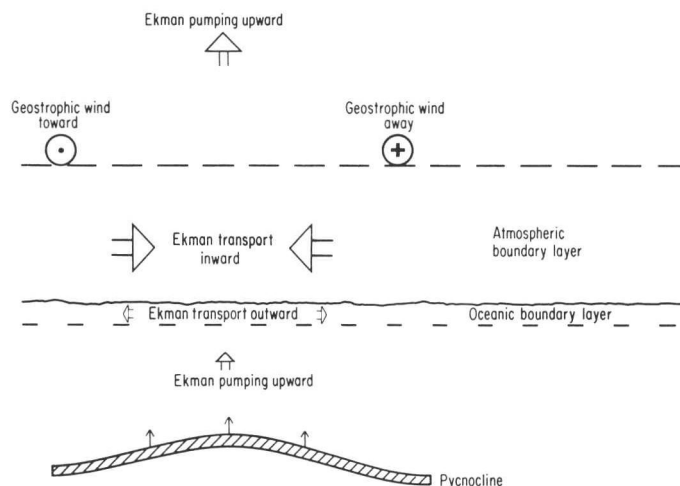
hvor q^E er ekmantransporten per breddeenhed [m^2/s]. Benyttes resultatet for ekmantransporten i (4.15) får man et udtryk for ekmanpumpningen

$$w = \frac{1}{\rho f} \left(\frac{\partial \tau_y^w}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x^w}{\partial y} \right) \quad (4.19)$$

hvor coriolisparameteren f er antaget konstant (f -plan), hvilket er en yderst rimelig antagelse, når området ikke er større end tilfældet er med de danske farvande. Fejlen ved at antage f konstant er maksimal omkring 5 %, hvilket ses ved at udregne $\Delta f/f$. Samme resultat med samme fortegn opnås for ekmanpumpningen i det nedre ekmanlag. Som følge

af, at den vertikale er positiv/negativ vil pyknoklinen (isoflade for densitet) typisk hæves/sænkes i centrum for cirkulationen. I Skagerrak, hvor strømmingen i middel er cyklonal og kraftigst ved overfladen, ser man netop en sådan hævnning af pyknoklinen.

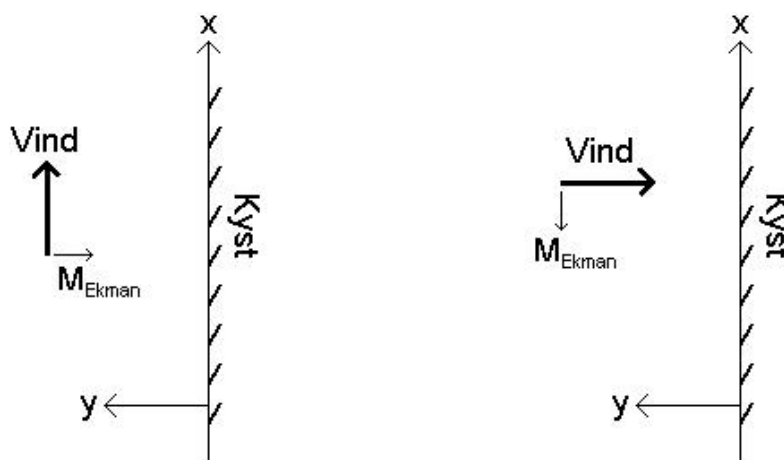
Figur 4.1 illustrerer en lavtrykssituation svarende til den der er beskrevet ovenfor.



Figur 4.1 Tværsnit af en lavtrykssituation på den nordlige halvkugle. Lavtrykket giver anledning til en cyklonal bevægelse, hvorved atmosfærens ekmanlag skaber konvergens, som følge af en indadrettet ekmantransport (ekmanlaget over grænsefladen). Oceanets øvre ekmanlag skaber divergens som følge af en udadrettet ekmantransport til højre for vindstresset. For at bevare luft og vandmassen, giver et cyklonalt vindstress anledning til en opadrettet ekmanpumping⁹, hvilket også er tegnet ind på figuren. Bemærk at pyknoklinen løftes i havet som følge af den cyklonale bevægelse. (Gill, 1982)

4.3 Vind parallel med en lang lige kyst

En vind, der blæser over et halv uendeligt havområde med en kyst til højre for vindretningen, vil på den nordlige halvkugle skabe en ekmantransport rettet mod kysten som beskrevet i afsnit 4.2.2 og vist til venstre i figur 4.2. Da kysten forhindrer vandet i at passere, vil der opstå en konvergenzone hvorved vandet vil stues op langs kysten med en



Figur 4.2 Skitse af modellen for vind parallel hhv. på tværs af lang lige kyst set fra oven.

⁹ Det bemærkes, at lavtrykket også løfter havoverfladen en smule, hvilket modarbejder ekmanpumpningen.

vandstandsstigning til følge. Herved vil der opstå en trykgradient vinkelret på kysten som i balance med corioliskraften danner en geostrofisk strøm i vindens retning. Dette er vist i figur 4.3 og beskrives nærmere nedenfor.

Antag en konstant blæsende vind langs en lang lige kyst på den nordlige halvkugle påsat til tiden $t=0$. Kysten tænkes placeret i $y=0$ og der er hav med en konstant dybde h for $y>0$ (se figur 4.2). Vinden antages at blæse i x -aksens positive retning og der ses bort fra bundfriktionen. De styrende bevægelsesligninger og kontinuitetsligningen tager nu følgende udseende.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = \frac{\tau_x^w}{\rho h} \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -h \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4.22)$$

Disse ligninger skal løses vha. grænsebetingelsen om ingen transport gennem kysten samt endelig løsning.

$$\begin{aligned} v &= 0 \quad \text{for } y = 0 \\ v &\text{ endelig for } y \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (4.23)$$

Isoler man v i ligningerne (4.20), (4.21) og (4.22) får man

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + f^2 v - gh \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -\frac{f \tau_x^w}{\rho h} \quad (4.24)$$

Løsningen til denne ligning er en sum af en transient og stationær løsning. Den transiente løsning er nødvendig for at opfylde initialbetingelsen, at vandet er i ro til tiden $t=0$, dvs. $\eta(t=0)=0$. Løsningen repræsenterer en bølgefront som bevæger sig væk fra kysten med hastigheden $c=(gh)^{1/2}$ som efterfølges af længere bølger, der er dispersive pga. jordens rotation. Bølgernes amplitude aftager med tiden og de har en periode af størrelsesorden $1/f$, dvs. omkring 2-3 timer på vores breddegrad. Den samlede løsning vil hermed være domineret af den stationære løsning (Gill, 1982; Csanady, 1982). Denne opnås ved at løse den stationære form af (4.24), som er en ikke homogen andenordens differentialligning. Benyttes de to grænsebetingelser får man

$$v = -\frac{\tau_x^w}{\rho fh} \left(1 - e^{-y/a} \right) \quad (4.25)$$

hvor $a = \sqrt{gh}/f$ er Rossbys deformationsradius, som er omkring et par hundrede kilometer langs den jyske vestkyst svarende til $h \sim 30$ m.

Man ser, at vinden langs kysten skaber en ekmantransport, hvis størrelse aftager ind mod kysten, hvor transporten (og hastigheden) er nul i overensstemmelse med at der ikke kan strømme vand gennem kysten. I en afstand af størrelsesordenen en Rossby radius og længere væk fra kysten er ekmantransporten fuldt udviklet.

På grund af denne ekmantransport, vil der opstå en konvergenzone langs kysten, hvorved vandstanden stiger. Ud fra kontinuitetsligningen (4.22) og den beregnede hastighed i y -retningen finder man denne vandstandsændring. Den er givet som

$$\eta = \frac{\tau_x^w}{\rho\sqrt{gh}} te^{-y/a} \quad (4.26)$$

Vinden skaber således en vandstandsstigning, der ses proportional med tiden. Denne stigning varer ved indtil bundfriktionskraften er vokset sig lige så stor som vindfriktionskraften hvorefter vandstanden vil antage en stationær tilstand. Det ses, at vandstandsstigningen er størst ved kysten og aftager ud til en afstand af størrelsesordenen en Rossbyradius, hvor vandstanden er reduceret med en faktor $1/e$, se figur 4.3. Desuden ses en afhængighed med dybden, således at størrelsen af vandstanden er størst i lave havområder.

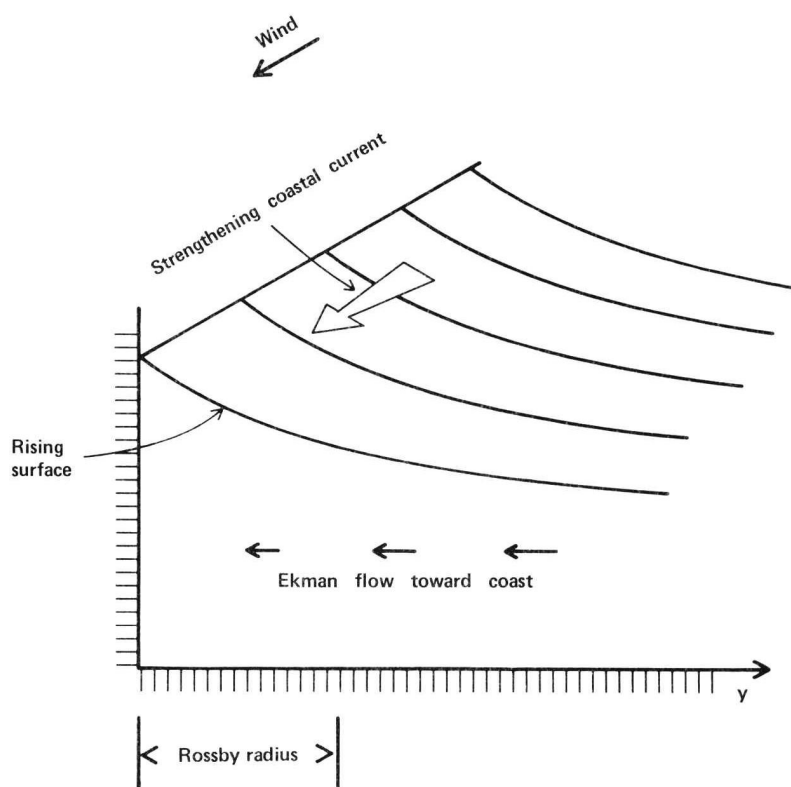
Da v er vist uafhængig af tiden ser man af (4.21), at der vil opstå en geostrofisk strøm langs kysten som følge af vandstandsstigningen langs kysten. Denne vil opstå i samme øjeblik som vandstanden begynder at stige. Ved hjælp af den udledte vandstand ovenfor, findes denne strøm som

$$u = \frac{\tau_x^w}{\rho h} te^{-y/a} \quad (4.27)$$

Dette udtryk viser, at transporten er proportional med vindstresset, størst på lavt vand og aftager i styrke ud til en afstand af ca. en Rossbyradius fra kysten. Som det var tilfældet for vandstanden, vil også den geostrofiske strøm stige i styrke med tiden indtil bundstresset balancerer vindstresset.

Hermed er det vist, at en vind der blæser over et havområde med en lang lige kyst til højre, vil inducere en transport parallel med kysten i vindens retning (på nordlig halvkugle).

Resultaterne ovenfor er naturligvis også gyldige hvis vinden blæser i x-aksens negative



Figur 4.3 Skitse af vindens indflydelse på havet i en situation hvor vinden blæser parallel med en lang lige kyst. Man ser ekmantransporten ændrer vandstanden langs kysten hvorved en kyststrøm opstår (Gill, 1982).

retning. I dette tilfælde vil ekmantransporten være rettet væk fra kysten, hvorved vandstanden vil aftage langs denne. Hermed opstår en trykgradient som i balance med corioliskraften danner en geostrofisk strøm (og transport) langs kysten i vindens retning.

Der er to måder hvorpå kontinuitetsligningen kan tilfredsstilles langs en lang lige kyst, når transporten ude fra det åbne hav er rettet mod/væk fra kysten. Den ene er at øge/sænke vandstanden langs kysten og den anden er at dreje strømmningen parallelt med kysten. I ovenstående eksempel bliver begge metoder brugt for at tilfredsstille kontinuitetsligningen.

4.4 Vind på tværs af en lang lige kyst

Blæser der en vind over et stort havområde, vil der opstå en ekmantransport til højre for vinden. Blæser vinden tilmed mod en lang lige kyst, vil vandstanden stige langs denne. Herved opstår der en trykgradientkraft vinkelret på kysten som i balance med corioliskraften danner en geostrofisk strøm, der er modsat rettet ekmantransporten. Resultatet er ingen transport helt inde ved kysten og aftagende geostrofisk strøm væk fra kysten, hvorved ekmantransportens relative indflydelse øges.

Antag en konstant blæsende vind på tværs af en lang lige kyst på den nordlige halvkugle påsat til tiden $t=0$. Kysten tænkes placeret i $y=0$ og der er hav med en konstant dybde h for $y>0$. Vinden antages at blæse mod kysten (i negativ y -retning) og der ses bort fra bundfriktionen (se figur 4.2). De styrende bevægelsesligninger og kontinuitetsligningen tager nu følgende udseende.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = 0 \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\tau_y^w}{\rho h} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -h \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4.30)$$

Tæt på kysten vil vinden stuve vand op, da kysten forhindrer videre transport tværs igennem. Resultatet er, at der opbygges en stor trykgradientkraft på tværs af kysten som udligner vindens kraft. Dette resultat kaldes for "wind-setup", da det udelukkende er en balance mellem vindens kraft, og den heraf følgende horisontale trykgradientkraft i en stationær tilstand. Da det er et lokalt fænomen der foregår på relativ lille skala, er corioliskraften negligerel, og af (4.29) ses det, at "wind-setup" kan udtrykkes matematisk som

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\tau_y^w}{\rho gh} \quad (4.31)$$

Bruger man dette resultat som grænsebetingelse langs kysten ($y=0$) og kræves endelig løsning langt væk fra kysten, hvor vandet ikke stues op, kan man finde vandstanden som funktion af afstanden til kysten ud fra de styrende bevægelsesligninger.

Benyttes at vinden påtrykkes til $t=0$, hvorved $\eta(t=0)=0$, findes $\partial u/\partial y$ af (4.28) og (4.30) ved at integrere over tiden¹⁰. Bruger man dette resultat til at isolere η i ligningerne (4.21) og (4.22) får man

¹⁰ Resultatet af denne beregning er i virkeligheden en simplificeret udgave af vorticitetsligningen.

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + f^2 \eta - gh \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = 0 \quad (4.32)$$

Den stationære løsning til denne ligning fås ved at benytte ovennævnte grænsebetingelser

$$\eta = -\frac{\tau_y^w}{\rho f \sqrt{gh}} e^{-y/a} \quad (4.33)$$

Her er $a = \sqrt{gh}/f$ Rossbys deformationsradius. Man ser, at vandstanden, der er positiv hvis vinden blæser ind imod kysten (vindstresset i negativ y-retning), aftager eksponentielt væk fra kysten. Som følge af den første grænsebetingelse er vandstanden helt inde ved kysten givet som rent "wind-setup". Desuden ses, at størrelsen af vandstanden er størst i lave havområder - præcist som det var tilfældet med en vind blæsende parallelt med kysten (se afsnit 4.3).

Vinden vil skabe en ekmantransport til højre for vindstresset ($f > 0$), mens ovennævnte vandstandsændring vil skabe en trykgradient på tværs af kysten, hvorved strømmen nær kysten desuden vil bestå af en geostrofisk del, der har den største vandstand til højre for udbredelsesretningen. Strømmen langs kysten findes ved at indsætte udtrykket for vandstanden i (4.29).

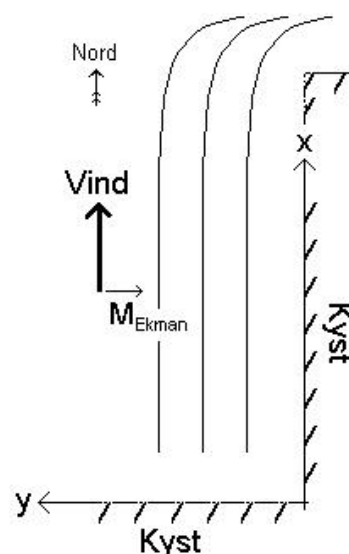
$$v = -\frac{\tau_y^w}{\rho fh} (1 - e^{-y/a}) \quad (4.34)$$

Langt fra kysten er effekten af vinden en ekmantransport og tæt på kysten forsvinder transporten. Af (4.29) ses det, at løsningen blot er en sum af en ekmantransport (uafhængig af y) og en geostrofisk balanceret transport (afhængig af y). Overgangen fra en kombineret geostrofisk transport og ekmantransport til en ren ekmantransport sker på en skala af størrelsesordenen en Rossby radius. Da de to transporter virker i hver sin retning, aftager strømmen (og transporten) i styrke ind mod kysten.

4.5 Vindforcering langs den jyske vestkyst

Op til Hanstholm kan den jyske vestkyst opfattes som en lang lige kyst og vindens indflydelse herpå er gennemregnet i de forgående afsnit. Her fandt man, at transporten nær kysten er i vindens retning for nordlig og sydlig vind (vind langs kysten), mens transporten stort set forsvandt for østlig og vestlig vind (vind på tværs af kysten). Da alle vindretninger kan projekteres ind i en på kysten parallel og vinkelret komponent, kan den samlede transport stammende fra vinden findes.

Men udover den tilnærmelsesvis lange lige kyst til vest, er transporten også forhindret mod syd af den kontinentale kystlinie, som tilnærmelsesvis er vinkelret på den jyske vestkyst (se f.eks. figur 2.1). Denne sydlige kyst modificerer den langsgående transport langs den jyske vestkyst en del. Blæser en vind fra syd, vil den inducere en ekmantransport mod den jyske vestkyst, hvorved en vandstandsstigning vil finde sted, der igen inducerer en geostrofisk balanceret strøm som



Figur 4.4 Skitse af geometrien for den jyske vestkyst. Vandstanden er indtegnet for vind parallel med kysten set fra oven.

beskrevet i afsnit 4.3. Men på grund af den sydlige rand, vil størrelsen af transporten tilmed stige fra syd mod nord.

Nord for Hanstholm vil den geostrofisk balancerede strømning langs kysten ikke mere kunne opretholdes, da kysten knækker mod øst hvorved vandet ikke stues op mere. Hermed vil transporten dreje til højre ind i Skagerrak som følge af corioliskraften.

Ovenstående beskrivelse af vindens indflydelse på den jyske vestkyst vil nu gennemgås matematisk.

Antag en konstant blæsende vind fra syd, som påtrykkes til tiden $t=0$. Antag desuden konstant havdybde og at der er kyster langs koordinatsystemets akser¹¹ (se figur 4.4). Ses der bort fra bundfriktionen, reduceres de styrende bevægelsesligninger og kontinuitetsligningen til

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_x^w}{\rho h} \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (4.37)$$

der skal løses vha. grænsebetingelserne om ingen transport gennem kysterne samt endelig løsning langt fra kysterne

$$\begin{aligned} u &= 0 & \text{for } x &= 0 \\ v &= 0 & \text{for } y &= 0 \\ u &\text{ endelig} & \text{for } x &\rightarrow \infty \\ v &\text{ endelig} & \text{for } y &\rightarrow \infty \end{aligned} \quad (4.38)$$

Krydsdifferentierer man de to bevægelsesligninger, lægger dem sammen samt benytter kontinuitetsligningen, opnår man en speciel form af vorticitetsligningen

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\frac{f}{h} \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (4.39)$$

Differentierer man den første bevægelsesligning efter x , den næste efter y , adderer og benytter kontinuitetsligningen samt ovenstående vorticitetsligning, får man

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + f^2 \eta - gh \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (4.40)$$

Som nævnt i afsnit 4.3, vil systemet indstille sig i en stationær tilstand efter en tid af størrelsesordenen $1/f$ eller ca. 2-3 timer i den danske farvande. Den stationære løsning, der opfylder de to sidste grænsebetingelser om endelig løsning for $(x,y) \rightarrow \infty$ er

$$\eta = \eta_0 e^{-x/a} e^{-y/a} \quad (4.41)$$

¹¹ Bemærk at koordinatsystemet er drejet 90° mod uret i forhold til hvad der er normalt indenfor geofysik. I denne udledning er u positiv mod nord, mens v er positiv mod vest.

hvor $a = \sqrt{gh}/f$ er Rossbys deformationsradius, som er omkring et par hundrede kilometer langs den jyske vestkyst. Man mangler at finde integrationskonstanten η_0 , hvilken fremkommer ved at benytte de to første grænsebetingelser, der har med hastigheden at gøre. Hastighederne findes ud fra de to første bevægelsesligninger under benyttelse af de to første grænsebetingelser, der fortæller at normalhastighederne på kysterne er nul (dvs. ingen transport gennem kysterne). Fra den første bevægelsesligning får man

$$v = -\frac{\tau_x^w}{\rho fh} \left(1 - e^{-y/a} \right) \quad (4.42)$$

Udtrykket fortæller, at vinden fra syd skaber en ekmantransport mod øst, som aftager til nul inde ved den jyske vestkyst. Udtrykket er helt analogt til det man fandt under afsnittet omhandlende vind langs en lang lige kyst. Denne ekmantransport skaber en vandstandsstigning langs den jyske vestkyst. Under udledningen af v fandt man undervejs η_0 . Indsættes denne i den udledede vandstand finder man

$$\eta = \frac{\tau_x^w}{\rho f \sqrt{gh}} e^{-y/a} \quad (4.43)$$

Det ses, at vandstanden stiger ind mod den jyske vestkyst helt analogt til hvad man fandt i afsnit 4.3, der omhandlede vind langs en lang lige kyst. Denne vandstandsstigning medfører en trykgradient på tværs af kysten således, at der tæt på kysten opstår en geostrofisk strøm parallelt med kysten mod nord. Denne strøm findes af den anden bevægelsesligning under benyttelse af kontinuitetsligningen, den første grænsebetingelse om ingen transport (og strøm) tværs gennem sydranden samt det udledede udtryk for u .

$$u = \frac{\tau_x^w}{\rho h \sqrt{gh}} x e^{-y/a} \quad (4.44)$$

Strømhastigheden langs den jyske vestkyst stiger altså lineært med afstanden til sydranden og aftager eksponentielt væk fra kysten. En vind på 10 m/s vil omkring kysten ved Hanstholm skabe en strømhastighed på omkring 10-20 cm/s. Den samlede transport [m^3/s] langs den jyske vestkyst kan findes ved at integrere over dybden og på tværs af strømmingen (fra $y=0$ til $y \rightarrow \infty$)

$$q_x = \frac{\tau_x^w}{\rho f} x \quad (4.45)$$

For 10 sekundmeter giver (4.45) en transport på knap en Sverdrup¹² omkring Hanstholm. Det skal bemærkes, at dette udtryk alene er den vindgenererede transport fra en konstant blæsende vind i en stationær situation og størrelsen er således meget større end for normale vindforhold.

Alle ovenstående udregninger gælder naturligvis også for en nordlig vind, hvorved transporten vil være lige så stor men modsat rettet. Effekten af vind på tværs af kysten er berørt i kapitel 4.4 og resultatet er, at transporten langs kysten er nul. Som nævnt i starten af dette afsnit, kan man ud fra disse fire vindretninger bestemme transporten for en hvilken som helst vindretning ved at projicere vinden ind i de to komponenter parallelt med og på tværs af kysten. Da transporten mod nord langs den jyske vestkyst er vist maksimal for sydlig vind, nul for vind på tværs af kysten og negativ for nordlig vind, er det naturligt at

¹² 1 Sverdrup = 1 Sv = $10^6 \text{ m}^3/\text{s}$.

antage, at transporten som funktion af vindretningen varierer sinusformet, hvor amplituden er givet som den værdi der er fundet for sydlig vind.

$$q_x = \frac{\tau_x^w}{\rho f} x \sin(\varphi_w - \nu) \quad (4.46)$$

Her er φ_w vindens vinkel i forhold til nord¹³, mens ν er en fase, som er af størrelsesorden 90°. Bolding-Kristensen (Kristensen, 1991a & 1991b) fandt ν til 117° ud fra modelkørsler med den barotrope hydrodynamiske model System21¹⁴. Det viser sig altså, at den maksimale nordgående transport opnås for en SSW vind og ikke vind fra syd, mens den maksimale sydgående transport modsat opnås for vindretningen NNE.

Nord for Hanstholm kan den geostrofiske strømning langs kysten ikke mere opretholdes, da kysten drejer mod øst. Hermed forsvinder trykgradientkraften, og corioliskraften afbøjer strømningen til højre ind i Skagerrak for en sydlig vind. Drejningen af kysten ind i Skagerrak er sandsynligvis forklaringen på, at den maksimale nordgående transport ikke opnås for sydlig vind men derimod for SSW vind. Kystens drejning bevirker, at der opstår en trykgradient mod nord omkring Hanstholm, hvorved strømningen modificeres en smule mod nord. Den østlige komponent af vinden vil herefter presse vandet ind i Skagerrak. En sydlig vind vil desuden bevirke, at centralt Nordsøvand presses ind i Skagerrak som følge af den inducerede vestgående ekmantransport. Denne transport vil i reglen foregå længere mod nord langs Den Jyske Kyststrøm for sydlig vind. I visse tilfælde kan denne strøm dog blokere for Den Jyske Kyststrøm (Skogen et al, 1998; Skogen, 1997).

Ved at se på den modellerede massetransport over forskellige tværsnit i Den Jyske Kyststrøm konkluderer Bolding-Kristensen (Kristensen, 1991a & 1991b), at for en vind blæsende fra SSW er det omkring 75 % der fortsætter ind i Skagerrak hvorimod resten fortsætter ud i den centrale Nordsø. Tilsvarende for vinde blæsende fra NNE konkluderer han, at ca. 75 % af det vand, der transporteres mod syd, stammer fra Skagerrak, mens resten stammer fra den centrale Nordsø. At alt vandet ikke fortsætter ind i Skagerrak for situationer med vind fra SSW skyldes sandsynligvis, at Den Jyske Kyststrøm blokeres nord for Hanstholm af den stærke strøm stammende fra de forskellige vandmasser, der konkurrerer om at slippe ind i Skagerrak.

Blæser vinden derimod fra vest (eller WNW for at være helt præcis), vil transporten også være rettet ind i Skagerrak, men det er vigtigt at erkende, at i dette tilfælde stammer vandet fra den centrale Nordsø og ikke fra den jyske vestkyst. Dette skyldes, at transporten i dette tilfælde er nul langs den jyske vestkyst, som nævnt ovenfor. Middelvinden over Nordsøen vil således kun svagt bidrage til en nordgående transport mod nord langs den jyske kyst, da Danmark ligger i et udpræget vestenvindsområde.

Man kan billedligt talt konkludere, at transporten langs Jyllands vestkyst er ”som vinden blæser”. Dermed er det mest sandsynligt at det Jyske kystvand pulserer ind og ud af Skagerrak, hvorved man kan finde meget Jysk Kystvand den ene dag, mens det få dage efter stort set er forsvundet fra samme lokalitet.

¹³ Bemærk den forskellige praksis indenfor meteorologi og oceanografi. I meteorologien taler man om hvor vinden blæser *fra*, mens man indenfor oceanografien taler om strømmen eller transporten *imod*. Dette giver en forskel på 180° i vindretningen og strømretningen hvilket også er tilfældet i (4.46).

¹⁴ Se kapitel 2.4.4 for en diskussion af modellen og dens gyldighed.

4.6 Densitetstyret strøm

På grund af ferskvandspåvirkningen fra de mange europæiske floder, er saliniteten og densiteten i Den Jyske Kyststrøm lavere end i resten af Nordsøen. Densitetgradienten kan skabe en strømning, der har mange ligheder med en geostrofisk strømning. Men hvor trykgradientkraften er i balance med corioliskraften i en geostrofisk strøm, er det her densitetgradienten der balancerer corioliskraften. Det tungere Nordsøvand vil prøve at presse sig nedenunder kystvandet, hvorved kystvandet forceres ud ovenpå Nordsøvandet. Corioliskraften, som virker til højre for udbredelsesretningen, vil imidlertid forsøge at dreje strømningen mod højre og resultatet er en strømning hvor kysten er på højre side af udbredelsesretningen. Temperaturforskellen kan ligeledes skabe en densitetstyret strøm på præcis samme måde, da densiteten på lavt vand hovedsagelig er bestemt af saliniteten og temperaturen.

Antag en kyst placeret langs $y=0$ og vand for $y>0$. Kystvandet tæt på kysten tænkes påvirket af flodtilførsler, hvorved saliniteten her er mindre end i det øvrige hav. Der er således en salinitetsgradient og dermed også en densitetgradient (antag ens temperatur) på tværs af kysten. Ses der for enkelhedens skyld bort fra andre effekter end denne densitetgradient får bevægelsesligningen i y -retningen følgende udseende i en stationær situation med et konstant atmosfærisk tryk

$$\begin{aligned} f_u &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ &= -\frac{g}{\rho} \left((\eta - z) \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (4.47)$$

hvor der er antaget hydrostatisk ligevægt. Ses der bort fra vandspejlets eventuelle variationer og antages "no-slip" ved bunden, hvorved $u=0$ for $z=-h$, isoleres densitetgradientens indflydelse til

$$u = \frac{g}{\rho f} (z + h) \frac{\partial \rho}{\partial y} \quad (4.48)$$

Man ser, at en densitetgradient giver anledning til en strøm på tværs af gradienten med det tungeste vand på venstre side af udbredelsesretningen (nordlig halvkugle). Strømmen er et resultat af en balance mellem corioliskraften og densitetgradientkraften. Middelstrømmen får man ved at integreret op over dybden

$$\langle u \rangle = \frac{gh}{2\rho f} \frac{\partial \rho}{\partial y} \quad (4.49)$$

For en middeldybde på 30 meter og en densitetsforskelle på 1,5 psu over en bredde af 100 km, svarende til en densitetgradient omkring $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m}^2$, får man en middelstrøm lidt under 2 cm/s svarende til en transport omkring $50.000 \text{ m}^3/\text{s}$ (0,05 Sv.). Det skal bemærkes, at denne transport er aftagende nordpå langs den jyske vestkyst, da densitetgradienten mindskes som følge af opblanding. Desuden er transporten stærkt sæsonafhængig, da gradienten er størst når der tilføres rigelige mængder ferskvand. Dette sker typisk i foråret, hvor smeltevandet løber ud af floderne. Der er desuden indbygget en forsinkelse i den maksimale transport op langs kysten som følge af densitetgradienten, da smeltevandet selvsagt er et stykke tid om at nå frem til de nordligste dele af den Jyske kyst. Temperaturvariationerne hen over året prøver dog at udligne forskellen, da det kystnære vand om sommeren er varmere end det centrale Nordsøvand. Således kan man forvente den største nordgående transport om foråret som følge af ferskvandstilførslen.

5. Advektion-diffusionsmodel

I dette kapitel vil stoftransportligningen, lidt turbulenteori og derpå advektion-diffusionsligningen blive præsenteret. Formålet med dette er, at opstille en model for indholdet af næringsstoffer langs den jyske vestkyst som funktion af tiden og afstanden fra Tyske Bugt.

5.1 Stoftransportligningen

Betragt et volumenelement bestående af N forskellige stoffer i en fluid (luft eller vand). Koncentrationen c_i af hvert stof må opfylde en bevarelsesligning analogt til kontinuitetsligningen, således at den tidslige ændring af koncentrationen i volumenelementet balanceres af summen af den del der tilføres/går ud af volumenelementet ved hhv. advektion og molekylær diffusion, den del dannes/omdannes indenfor volumenelementet ved kemiske reaktioner R , samt kilder og dræn S til volumenelementet. Matematisk ser det således ud

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -\frac{\partial u_j c_i}{\partial x_j} + v_i \frac{\partial^2 c_i}{\partial x_i \partial x_j} + R_i(c_1, \dots, c_N, T) + S_i(\mathbf{x}_k, t) \quad (5.1)$$

hvor c_i er koncentrationen af stof i ($i=1, \dots, N$), u_j er den j 'te komponent af hastigheden af den pågældende væske, v_i er den molekylære diffusivitet af stof i , R_i er dannelsesraten ved kemiske reaktioner af stof i (hvilken generelt afhænger af temperaturen T af den pågældende væske) og S_i er kilder og/eller dræn til stof i til tiden t på positionen $\mathbf{x}_k = (x_1, x_2, x_3)$

Da stoftransportligningen er afhængig af både hastighed og temperatur, må Navier-Stokes ligning samt energiligningen også opfyldes for at løse (5.1). Endvidere er de 2 sidstnævnte ligninger koblet til kontinuitetsligningen og tilstandsligningen for den pågældende væske, så stoftransportligningen er mere kompleks end den umiddelbart ser ud til at være. For at gøre det hele endnu mere besværligt, så betyder ovenstående koblinger i princippet, at meteorologien og oceanografien afhænger af stofkoncentrationen, men da koncentrationerne generelt er meget små, er det som regel rimeligt at antage, at denne afhængighed er negligibel. Denne antagelse betyder så, at (5.1) kan løses uafhængigt af de koblede moment og temperaturligninger - altså at koncentrationerne c_i er uafhængige af væskens hastighed u_j og dens temperatur T . Det skal dog bemærkes, at specielt antagelsen om ingen temperaturafhængighed kan falde, når man bevæger sig ned i havet og medtager biologisk aktivitet.

5.1.1 Turbulens

Som nævnt i afsnit 4.1 beskrives turbulens ofte som hvirvler der opstår som følge af et hastighedsforskelle. Disse hvirvler kaldes også eddy'er, og kan karakteriseres ved en rummelig størrelse og en levetid. Hvirvlerne vil leve et vist stykke tid, hvorved de selv skaber et lille lokalt shear hvor de indbyrdes mødes. Således danner de selv mindre hvirvler og denne mekanisme fortsætter med at flytte energi til mindre og mindre skala indtil hvirvlerne bliver så små, at den molekylære dissipation omdanner deres bevægelse til varme.

Såvel som Navier-Stokes ligninger er turbulente, så er stoftransportligningen også turbulent. Dette indses ved at udføre den såkaldte Reynolds dekomposition, hvor man deler alle parametre op i deres middelstørrelse og fluktuation. Middelkoncentrationen kan

bestemmes, mens fluktuationen er stokastisk. Indsættes således hastighedsfeltet og stofkoncentrationen som hhv. $u_j = \bar{u}_j + u'_j$ og $c_i = \bar{c}_i + c'_i$ i stoftransportligningen (5.1) hvorpå der midles fås:

$$\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{u}_j \bar{c}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_j c'_i}}{\partial x_j} + v_i \frac{\partial^2 \bar{c}_i}{\partial x_1 \partial x_j} + R_i(\bar{c}_1 + c'_1, \dots, \bar{c}_N + c'_N, T) + S_i(x_k, t) \quad (5.2)$$

hvor der er benyttet, at middelværdien af en perturberet størrelse pr definition er nul $\overline{\psi'} = 0$, at middelværdien af en middelværdi er lig middelværdien $\overline{\bar{\psi}} = \bar{\psi}$ samt at $\overline{\bar{\psi} \chi'} = \bar{\psi} \overline{\chi'} = 0$.

Antages $R_i=0$, dvs. ingen kemisk reaktioner, reduceres (5.2) til N uafhængige ligninger og man kan nøjes med at se på en af gangen. Man står nu tilbage med det velkendte lukningsproblem i turbulente teori, hvor man har ligningssystem med flere afhængige variable end ligninger, i dette tilfælde en ligning i de 4 afhængige variable \bar{c} og $\overline{u'_j c'}$. Man kan nemt finde et udtryk for $\overline{u'_j c'}$, ved at trække (5.2) fra (5.1) med $u_j = \bar{u}_j + u'_j$ indsat, herefter gange igennem med u'_k og til slut midle, men man ender op med 6 nye ubekendte af formen $\overline{u'_k u'_j c'}$. På tilsvarende måde kunne man finde et udtryk for disse nye variable, men igen dukker der (endnu flere) nye ubekendte op, i dette tilfælde 10 fjerde ordens momenter af formen $\overline{u'_m u'_k u'_j c'}$.

For at lukke systemet bliver man nødt til at udtrykke de ubekendte størrelser med nogle kendte. Den simpleste lukning er af 0'te orden, hvor man blot tildeler $\overline{u'_j c'}$ en fast værdi.

En ofte bedre lukning af systemet er af 1'te orden, hvor det antages, at $\overline{u'_j c'}$ er proportional med gradienten af middelkoncentrationen (Larsen, 1993). Denne teknik kaldes for k-lukning, da proportionalkoefficienten, også kaldet eddy diffusivitetkonstanten eller den turbulente diffusionskonstant, oftest benævnes \mathbf{K} . Matematisk ser det således ud:

$$\overline{u'_j c'} = -\mathbf{K}_{jk} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_k} \quad (5.3)$$

Minustegnet er valgt for at give en analogi til molekylær diffusion, hvori den molekylære diffusionskonstant er bestemt således.

$$v \sim \langle \text{middelhastighed af molekyler} \rangle \bullet \langle \text{den frie middelvejlængde} \rangle \quad [\text{m}^2/\text{s}]$$

Ideen med k-lukningen er, at medmindre der er en gradient i koncentrationen, er der ingenting for turbulensen at omfordele. Modsat molekylær diffusion, er det strømmingen - og ikke gradienten - der er årsag til diffusionen. Da retningen af flow'et ikke nødvendigvis er modsat gradientens retning, bliver man nødt til at vælge proportionalitetsfaktoren \mathbf{K} som en tensor.

$$\mathbf{K}_{jk} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{xx} & \mathbf{K}_{xy} & \mathbf{K}_{xz} \\ \mathbf{K}_{yx} & \mathbf{K}_{yy} & \mathbf{K}_{yz} \\ \mathbf{K}_{zx} & \mathbf{K}_{zy} & \mathbf{K}_{zz} \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

Det kan vises, at \mathbf{K} er symmetrisk således at $\mathbf{K}_{jk}=\mathbf{K}_{kj}$, og hvis man vælger koordinatsystemets akser langs den turbulente diffusivitets primære akser, bliver \mathbf{K} diagonal (Seinfeld, 1986). Det virker også rimeligt, eftersom \mathbf{K} er indført med henblik på

at udtrykke de 3 ubekendte størrelser $\overline{u'_j c'}$ ved hjælp af kendte størrelser. Således reduceres (5.3) til

$$\overline{u'_j c'} = -\mathbf{K}_{jj} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} \quad (5.5)$$

Ydermere kan man i mange tilfælde endog reducere problemet til "blot" at bestemme 2 forskellige turbulente diffusiviteter - en horisontal K_h og en vertikal K_v , da der ofte ikke er belæg for, at den turbulente diffusivitet skulle have en fortrukken horisontal udbredelsesretning. Den horisontale turbulente diffusivitet er i reglen mange størrelsesordener større end den vertikale, hvilket man kan overbevise sig om ved at lave en simpel skalaanalyse på de turbulente led (se f.eks. Pond & Pickard, 1983).

Slutteligt bemærkes, at den turbulente diffusivitet udelukkende afhænger af de turbulente egenskaber ved vinden og ikke af stoffet der diffunderer modsat ved den molekylære diffusion.

Man kan naturligvis tilsvarende 1' te ordens lukningen ovenfor lave en 2' en ordens lukning eller endog en n' te ordens lukning, men dels får man mange flere led ved højere lukninger, hvilke er sværere at give en god fysisk forklaring på, og dels giver de højere lukninger ikke altid bedre resultater.

For at reducere (5.2) yderligere, gøres 3 antagelser, hvilke for de første 2 som regel er yderst rimelige for geofysiske problemer i oceanet og i atmosfæren. For det første antages det, at den molekylære diffusion er negligibel i forhold til den turbulente diffusion, hvilket er en yderst rimelig antagelse (f.eks. Højerslev, 1991), der kan eftervises ved f.eks. en dimensionsanalyse.

$$v_i \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x_i \partial x_j} \ll \frac{\partial \overline{u'_j c'}}{\partial x_j} \quad (5.6)$$

Desuden antages inkompressibilitet, hvilket næsten altid er opfyldt i oceanerne på nær når man ser på den termohaline cirkulation og akustik i havet.

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0$$

Denne ligning er også en af antagelserne i shallow-water teorien, så det er også en yderst rimelig antagelse i de danske farvande.

Den sidste ekstra antagelse er, at K_{jj} er konstant. Denne antagelse er ikke altid lige god, men i mangel af bedre, antages den alligevel (Larsen, 1993; Stull, 1988; Seinfeld, 1986).

Med alle ovenstående antagelser reduceres (5.2) til

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = -\bar{u}_j \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K_{jj} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} \right) + S_i(\mathbf{x}_k, t) \quad (5.7)$$

som er den advektion-diffusionsligning der forsøges løses i næste afsnit.

5.2 Løsninger til advektion-diffusionsligningerne

I dette afsnit løses (5.7) for to situationer. Først for en momentan punktkilde hvilket vil sige, at kilden (uendelig hurtigt) tilføres til et veldefineret tidspunkt. Dernæst løses (5.7)

for en punktkilde, der tilføres kontinuert gennem tiden. I afsnit 5.3 diskuteres hvilken løsningsmodel der bedst beskriver Den Jyske Kyststrøms indhold af næringsstoffer.

5.2.1 Middelkoncentration fra en momentan punktkilde

Antag at hastighedsfeltet er rettet i x-retningen og har størrelsen \bar{u} . Til tiden $t=0$ tilføres momentant en punktkilde med styrken S i punktet $(x,y,z)=(0,0,0)$. Problemet er nu at løse (5.7) med grænsebetingelserne:

$$\begin{aligned}\overline{c(x, y, z, 0)} &= S \delta(x)\delta(y)\delta(z) \\ \overline{c(x, y, z, t)} &= 0 \quad \text{for } x, y, z \rightarrow \pm\infty\end{aligned}\tag{5.8}$$

hvor $\delta(k)=1$ for $k=0$ og $\delta(k)=0$ ellers, er kronecker delta. Den sidste betingelse udtrykker, at koncentrationen i det uendelige fjerne er nul, hvilket sikrer en begrænset løsning.

Ligningssystemet er udregnet i appendiks C og giver

$$\overline{c(x, y, z, t)} = \frac{S}{8(\pi t)^{3/2} (K_{xx} K_{yy} K_{zz})^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x - \bar{u}t)^2}{4K_{xx}t} - \frac{y^2}{4K_{yy}t} - \frac{z^2}{4K_{zz}t}\right]\tag{5.9}$$

Man ser, at løsningen er gaussisk fordelt omkring akserne med spredningen $\sigma_i=(2K_{ii}t)^{1/2}$, dvs. at koncentrationen spredes som kvadratet på tiden t .

For et barotrop område som den jyske vestkyst, hvor middeldybden er ringe, kan man antage, at den vertikale turbulente diffusivitet er meget stor hvorved K_{zz} forsvinder. Dette stemmer godt overens med observationer der fortæller, at området er vertikalt velblandet. Endvidere er der ingen god forklaring på, hvorfor den horisontale turbulente diffusion skulle fortrække en retning frem for en anden, så derfor lader jeg $K_{xx}=K_{yy}=K_h$. Da den jyske vestkyst endvidere danner en barriere ved $y=0$, og koncentrationen således er nul for $y<0$, bliver man nødt til at modificere (5.7). Antages det at stoffet bliver totalreflekteret ved $y=0$ får man (se appendiks C)

$$\overline{c(x, y, t)} = \frac{S}{4(\pi t)(K_h)} \exp\left[-\frac{(x - \bar{u}t)^2}{4K_h t} - \frac{y^2}{2K_h t}\right]\tag{5.10}$$

5.2.2 Middelkoncentration fra en kontinuert kilde

I forrige afsnit blev koncentrationsfeltet til en momentan punktkilde fundet i rum og tid. I dette afsnit går man over til en kontinuert kilde, så nu er problemet reduceret til at finde middelkoncentrationen i rummet, da tilførslen fra en kontinuert kilde med tiden vil ende op i en stationær tilstand.

Antag, som i forrige afsnit, at hastighedsfeltet er rettet i x-retningen og har størrelsen \bar{u} . I punktet $(x,y,z)=(0,0,0)$ er der nu placeret en kontinuert kilde med kildestyrken Q . Problemet er nu at løse den stationære version af (5.7) med en kontinuert kilde i origo

$$0 = -\bar{u}_j \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K_{jj} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} \right) + Q(x_i) \delta(x_i)\tag{5.11}$$

med grænsebetingelsen, at koncentrationen i det uendelige er nul, så løsningen bliver begrænset

$$\overline{c(x, y, z)} = 0 \quad \text{for } x, y, z \rightarrow \pm\infty\tag{5.12}$$

Løsningen er givet i appendiks C og ser således ud

$$\overline{c(x, y, z)} = \frac{Q}{4\pi(K_{yy}K_{zz})^{1/2}r} \exp\left[-\frac{\bar{u}(r-x)}{2K_{xx}}\right] \quad (5.13)$$

$$\text{hvor } r^2 = x^2 + \frac{K_{xx}}{K_{yy}}y^2 + \frac{K_{xx}}{K_{zz}}z^2 \quad (5.14)$$

Gør man de samme rimelige antagelser som i forrige afsnit vedrørende en momentan kilde: at $K_{xx}=K_{yy}=K_h$, den vertikale turbulente diffusivitet er nul samt totalrefleksion ved $y=0$ får man (se appendiks C)

$$\overline{c(x, y)} = \frac{Q}{4\pi K_h x} \exp\left[-\frac{\bar{u}}{2K_h x}y^2\right] \quad \text{for } x \ll y \quad (5.15)$$

hvor der desuden er antaget, at $x \ll y$ hvilket vil sige at udtrykket kun gælder tæt på centerlinien i middelstrømmens retning. Som for den momentane kilde, er denne løsning også gaussisk fordelt om $y=0$. Definerer man flyvtiden til $t = \bar{u}x$ får man også den samme spredning $\sigma_y = (2K_h t)^{1/2}$ for den lagrangske løsning (Seinfeld, 1986), hvor man følger en partikel, som for den eulerske beskrivelse ovenfor, hvor man står fast i et punkt og observerer.

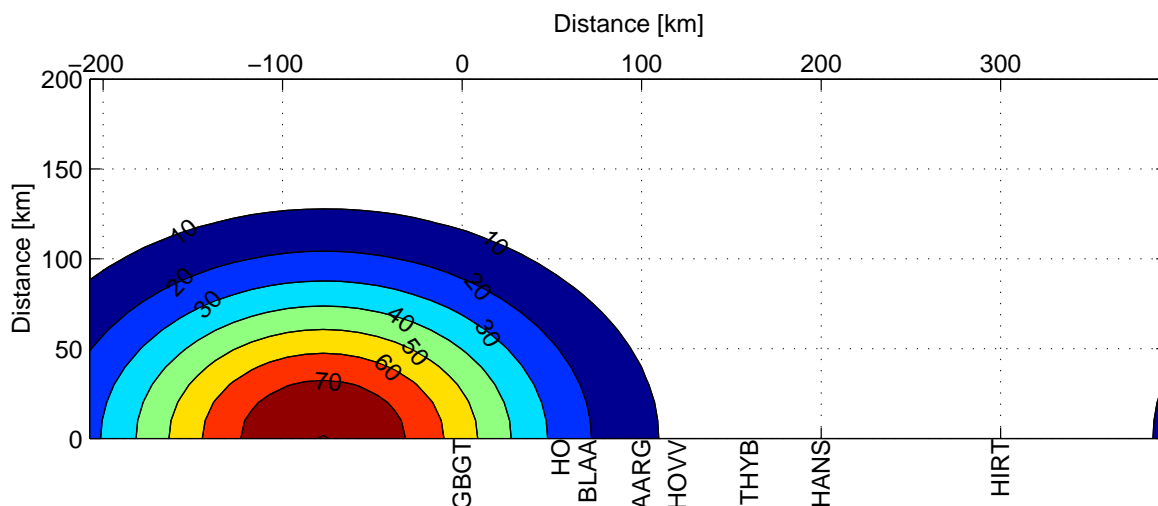
5.3 Model for Den Jyske Kyststrøm

Man kan nu spørge sig selv hvilken model der beskriver Den Jyske Kyststrøm bedst, og svaret er nok i virkeligheden en blanding af en momentan og kontinuert kilde med mest vægt lagt på den momentane.

Ser man på årsvariationen af næringsstofferne (se appendiks D4-D5 og E4-E5) opdager man hurtigt, at der ikke opnås en stationær løsning hvilket betyder, at man ikke udelukkende kan opfatte kilden som kontinuert. Selv saliniteten har en årstidsvariation, men den er ikke så udpræget som for næringsstofferne.

Modsat er der heller ikke tale om en ren momentan kilde, da der ikke er et tydeligt peak til en bestemt tid, men tendensen er der dog. Ser man på uorganisk NO_x (nitrat og nitrit), PO_4^{3-} (ortho-fosfat) og SiO_3^- (silikat, som ikke er vist) er der en tydelig årstidsvariation og specielt for NO_x og SiO_3^- ser man et billede af noget, der kunne ligne et årligt tilbagevendende momentant udslip der er diffunderet. Denne diffusion gør, at udslippet ikke ser momentan ud et stykke fra udslippet, men derimod opbygges og aftager nogenlunde gaussisk. Så for disse stoffer er approksimationen med en momentan kilde, der advekteres og diffunderes, ikke uden muligheder. Derfor benyttes (5.10) som en beskrivelse af stoftransporten langs den jyske vestkyst.

Man kan se, at koncentrationen af NO_x i middel stiger omkring midten af oktober måned hvilket sandsynligvis skyldes, at den biologiske aktivitet er sænket på grund af mindre dagslys (se appendiks D4-D5 og E4-E5). Da den momentane kilde skal nå at blande sig i de omkringliggende vandmasser, har jeg i min simulering valgt at tilføre punktkilden 75 dage før nytår, svarende til midten af oktober måned. Kildestyrken er valgt således, at koncentrationen ved Tyske Bugt (GBGT i figur 5.1) er $50 \mu\text{mol/l}$ den 14 februar. Tidspunktet stemmer godt overens med både figur 2.4 og dataene der viser, at Sønder HO har et minimum i salinitet i slutningen af februar (se appendiks D4-D5).



Figur 5.1 Advektion-diffusion modellens beregnede koncentration af NO_x [$\mu\text{mol/l}$] den 1 Januar. Yderst til højre anes en konturlinie fra tilførslen et år tidligere (se tekst).

HIRT = Hirtshals

HANS = Hanstholm

THYB = Thyborøn

HOVV = Hovvig

AARG = Årgab

BLAA = Blåvand

HO = Sønder Ho

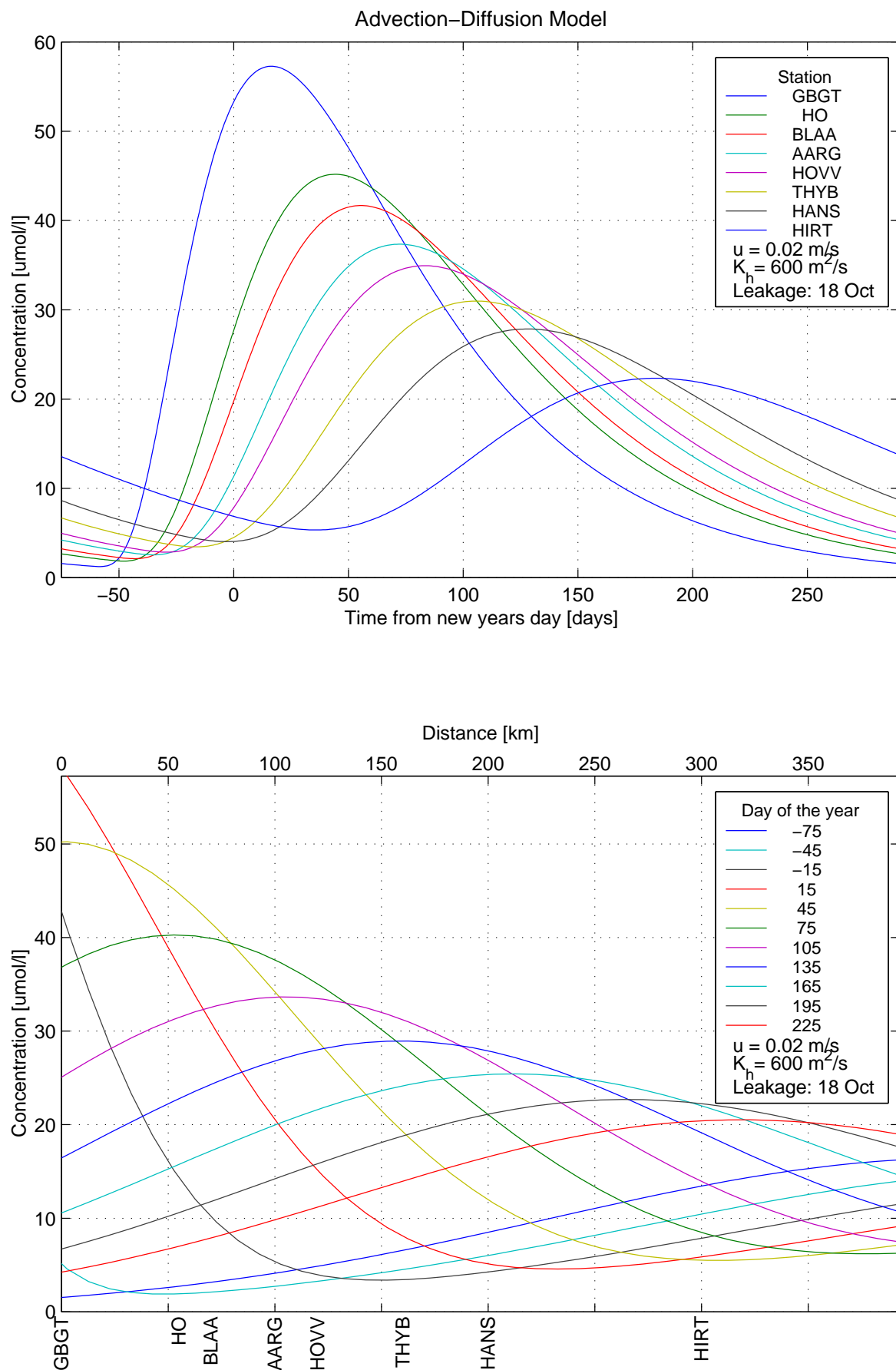
GBGT = Tyske Bugt (ca. 100 km nord for kystlinien mod syd, hvor flodvandet er opblandet med det Sydlige Nordsøvand)

Advektionshastigheden \bar{u} er valgt til 0,02 m/s. Denne hastighed er fundet ved at se på den midlede tidsforskel mellem salinitetminimumet ved Tyske Bugt og det tilsvarende minimum ved Hirtshals. Desuden stemmer denne værdi godt overens med målinger i perioden 1931-60, hvor midlede månedskort over saliniteten giver det samme resultat (månedskort findes i Goedecke, 1967). Antages Den Jyske Kyststrøm i gennemsnit at være 100 km bred, svarer denne advektionshastighed til en nordgående transport på omkring $50.000 \text{ m}^3/\text{s}$ (0,05 Sverdrup).

Den turbulente diffusionskonstant K_h er valgt til $600 \text{ m}^2/\text{s}$ i overensstemmelse med tidligere modelsetup ved Tyske Bugt (Soetje & Brockmann, 1983).

Resultatet af den modellerede NO_x koncentration til nytår ses på figur 5.1. Man ser, at koncentrationen er Gaussisk fordelt og advekteres mod nord (mod højre i figuren) som forventet af (5.10), og den valgte turbulente diffusionskonstant giver en realistisk spredning, hvis man sammenligner med figur 2.4.

Modellen giver naturligvis kun koncentrationen et enkelt år, men vil man have et kontinuert forløb over flere år går det galt. Da koncentrationen pr definition er nul før den momentane kilde tilføres, vil man ikke kunne bruge modellen over et helt år. Dette skyldes, at koncentrationen langt fra kilden i middelstrømningens retning først topper lang tid efter at kilden er tilført, hvorved koncentrationen ikke er nul et år efter tilførslen (se figur 5.2). Tæt på kilden topper koncentrationen derimod kort tid efter tilførslen, og koncentrationen falder praktisk talt til nær nul efter nogle måneder.



Figur 5.2 Advektion-diffusion modellens beregnede koncentration af NO_x [$\mu\text{mol/l}$] som i figur 5.1.

For at komme udenom problemet med den kontinuerte tilførsel har jeg derfor adderet en tilsvarende tilførsel præcis et år før. Selvsagt ændrer det ikke på koncentrationens forløb tæt på kilden, men langt fra kilden er koncentrationen diffunderet så meget ud, at koncentrationen aldrig når nul, men på den anden side har den kun en svag top. Dette svarer på mange måder til den kontinuerte kilde, hvor koncentrationen er stor tæt på kilden og aftager gaussisk radialt væk fra kilden (i den lagrangske beskrivelse). I praksis betyder det, at udslippet et år forinden stadigvæk kan spores et år efter som en betydelig kilde.

I virkeligheden begår man en fejl når man adderer en anden tilførsel, da gradienterne af koncentrationen hermed ændres. Dog vurderes fejlen til at være minimal, da tidsforskellen mellem de to tilførsler er så stor, at kilden et år forinden er advekteret langt væk fra den ny kilde. At dette er tilfældet, ses af figur 5.1, hvor man yderst til højre i billedet kan ane den gamle kilde.

Det er vigtigt at gøre sig klart, at advektion-diffusionsmodellen ikke beskriver det biologiske kredsløb, men blot er en model der simulerer forløbet af NO_x med tiden. Således er det ikke et forsøg på at beskrive det biologiske kredsløb i detaljer, men derimod at vurdere hvor meget NO_x man ville forvente uden egentlig biologisk aktivitet.

6. Vandmasseklassifikation

Den klassiske hydrografiske klassifikation er baseret på konservative parametre i havet. Med konservativ menes, at der hverken er eksterne eller interne dræn og/eller kilder. Kan man finde sådanne konservative parametre i havet, kan man også spore forskellige vandtyper ud fra en given vandmasse. Med vandtype menes vand med bestemte egenskaber stammende fra et bestemt område, mens en vandmasse er en blanding af 2 eller flere vandtyper.

Allerede i starten af dette århundrede introducerede Helland-Hansen TS-diagrammet, hvor saliniteten og den potentielle temperatur betragtes som konservative parametre. Herved kunne man spore forskellige vandtyper og det er blandt ved hjælp af sådanne analyser, at man har skaffet sig viden om den generelle cirkulation i verdenshavene. I disse diagrammer er en vandtype defineret som et punkt, mens en profil (vertikal og/eller horisontal) gennem en vandmasse er en linie med en karakteristisk form.

6.1 Bestemmelse af andele

Antages at man i et bestemt område af verdenshavet har målt saliniteten S og den potentielle temperatur T , samt at man ved, at vandet i dette område er en blanding mellem netop 3 forskellige vandtyper med hver deres salinitet og temperatur (T_1, S_1) , (T_2, S_2) og (T_3, S_3) , kan man opstille følgende ligningssæt til bestemmelse af de 3 vandtypers andel q_i :

$$\begin{aligned} 1 &= q_1 + q_2 + q_3 \\ S &= S_1 q_1 + S_2 q_2 + S_3 q_3 \\ T &= T_1 q_1 + T_2 q_2 + T_3 q_3 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Den første ligning udtrykker, at den samlede vandmasse er lig summen af de 3 vandtypers andele (vandmassen er bevaret). Den anden og tredje ligning fortæller, at den målte salinitet hhv. temperatur er en vægtet sum af bidraget fra de 3 forskellige vandtypers salinitet hhv. temperatur. Da der er 3 ligninger med 3 ubekendte q_i , $i=1,2,3$, kan man løse ligningssystemet analytisk. For q_1 finder man

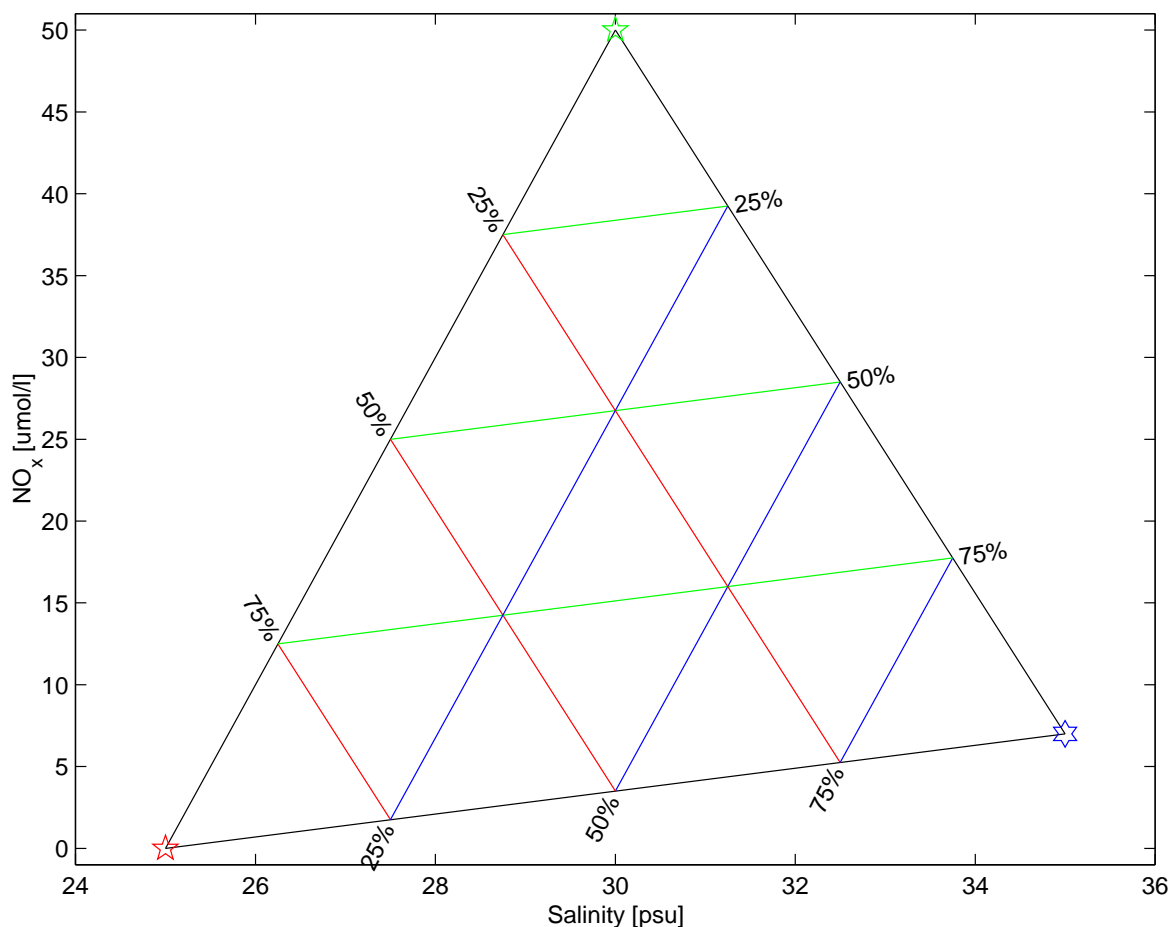
$$q_1 = \frac{\frac{S - S_3}{S_2 - S_3} - \frac{T - T_3}{T_2 - T_3}}{\frac{S_1 - S_3}{S_2 - S_3} - \frac{T_1 - T_3}{T_2 - T_3}} \quad (6.2)$$

mens udtrykkene for q_2 og q_3 er helt analoge.

Den målte vandmasse (T, S) vil ligge indenfor den trekant, der udspændes af de vandtyper (T_i, S_i) , $i=1,2,3$ hvis man plotter punkterne ind i et TS-diagram, se figur 6.1. Således kan det ofte være en fordel at plotte resultaterne fra flere målinger/profiler i samme TS-diagram, da eventuelle fejlmålinger hurtigt viser sig. Hvis f.eks. en måling ligger udenfor trekanten, er der enten målt forkert, eller også er der en fjerde vandtype tilstede i den givne måling og man kan ikke bruge teorien om tre vandtyper mere.

Isolinierne for en given andel q_i vil i et TS-diagram være rette linier, der er parallelle med den linie, der udspændes af de 2 andre vandtyper (T_j, S_j) og (T_k, S_k) , (i, j, k forskellige). Er der tale om en vandmasse bestående af blot 2 forskellige vandtyper, kan man tilsvarende opstille 3 ligninger som ovenfor (ligning (6.1)), men med $q_3=0$. I dette tilfælde, vil den målte vandmasse (T, S) ligge på den rette linie mellem de 2 vandtyper (T_1, S_1) og (T_2, S_2) .

Endvidere er ligningssystemet faktisk overbestemt, da man i princippet kun behøver at måle enten temperaturen eller saliniteten for at adskille 2 vandtyper.



Figur 6.1 TS diagram. Det er dog ikke temperaturen, T , der er afbildet langs y-aksen, men derimod NO_x , men princippet i diagrammet er fuldstændig magen til det klassiske TS-diagram. I hvert hjørne af trekanten er hver vandtype markeret med en stjerne. Isolinierne for konstante andele (25, 50 og 75%) er medtaget og fremtræder i samme farve som den pågældende vandtype. Enhver vandmasse, der udelukkende er en blanding mellem de 3 vandtyper, vil ligge indenfor trekanten.

Det er klart, at systemet giver det bedste resultat hvis temperaturen T og saliniteten S af de 3 vandtyper er fordelt således, at de udspænder en stor ligesidet trekant. Dette opnås f.eks. hvis de to af vandtyperne har vidt forskellige saliniteter, mens den tredje vandtype har en intermediær salinitet men en helt anden temperatur. Med andre ord skal man kunne adskille en vilkårlig vandtype fra de to andre ud fra saliniteten og temperaturen - eller endnu bedre ud fra blot én af parametrene. Usikkerheden ved bestemmelse af de forskellige andele q_i ligger altså i fastlæggelsen af værdierne for de forskellige vandtyper, således at jo mindre forskellen er mellem deres værdier i forhold til usikkerheden af disse værdier, jo større bliver usikkerheden af de bestemte andele.

Et problem ved denne metode opstår, hvis de 3 vandtyper udspænder en trekant, hvori den ene vinkel er nær nul. Hvis f.eks. de 3 vandtyper ligger på linie (svarende til en vinkel på nul) og vandtype 2 ligger præcis mellem vandtype 1 og 3 på linien, kan man ikke afgøre om et målepunkt midt på linien består af 100% vandtype 2, eller en ligelig blanding af vandtype 1 og vandtype 2 eller en kombination mellem alle tre vandtyper. I (6.2) kommer dette til udtryk ved, at nævneren giver nul.

Man kan naturligvis også bestemme flere vandtyper ud fra en given vandmasse. Det kræver blot, at antallet af vandtyper ikke overstiger én mindre end antallet af målte konservative parametre (én mindre, da den samlede vandmasse, som er bevaret, er en sum af de forskellige vandtypers andele). Ligningssystemet er analogt til det ovenfor viste ligningssystem (6.1) til bestemmelse af 3 vandtyper.

Til sidst skal nævnes, at det også i visse tilfælde er muligt at gå den anden vej rundt og bestemme vandtyper ud fra TS diagrammer. Ved man f.eks. at der findes 3 vandtyper i et målt profil, skal man "blot" ekstrapolere omkring rundingerne i TS kurven, således at man får en trekant med de tre forskellige vandtyper i hver deres hjørne. Dette kræver, at vandtyperne er rimelige adskilt, samt at man i nogle af målingerne har ramt vandmasser, der næsten udelukkende består af én enkelt vandtype.

6.2 I kystnære områder

I de øverste ca. 100 meter af havet samt i de fleste kystnære områder, er temperaturen ikke konservativ parameter, hvilket skyldes solopvarmning og afkøling. I disse områder bliver man nødt til at finde andre konservative sporstoffer, for at kunne lave en vandmasseklassifikation. Dette er imidlertid svært at finde andre sporstoffer i kystnære områder. I de danske farvande har man før med succes brugt gulstof som en semi-konservativ parameter (Holt, 1993; Jakobsen et al., 1994; Højerslev et al., 1996), men ellers er det svært at finde andre egnede parametre end saliniteten, da kontinenterne i stor udstrækning påvirker vandmassen med f.eks. tilførsler af næringsstof.

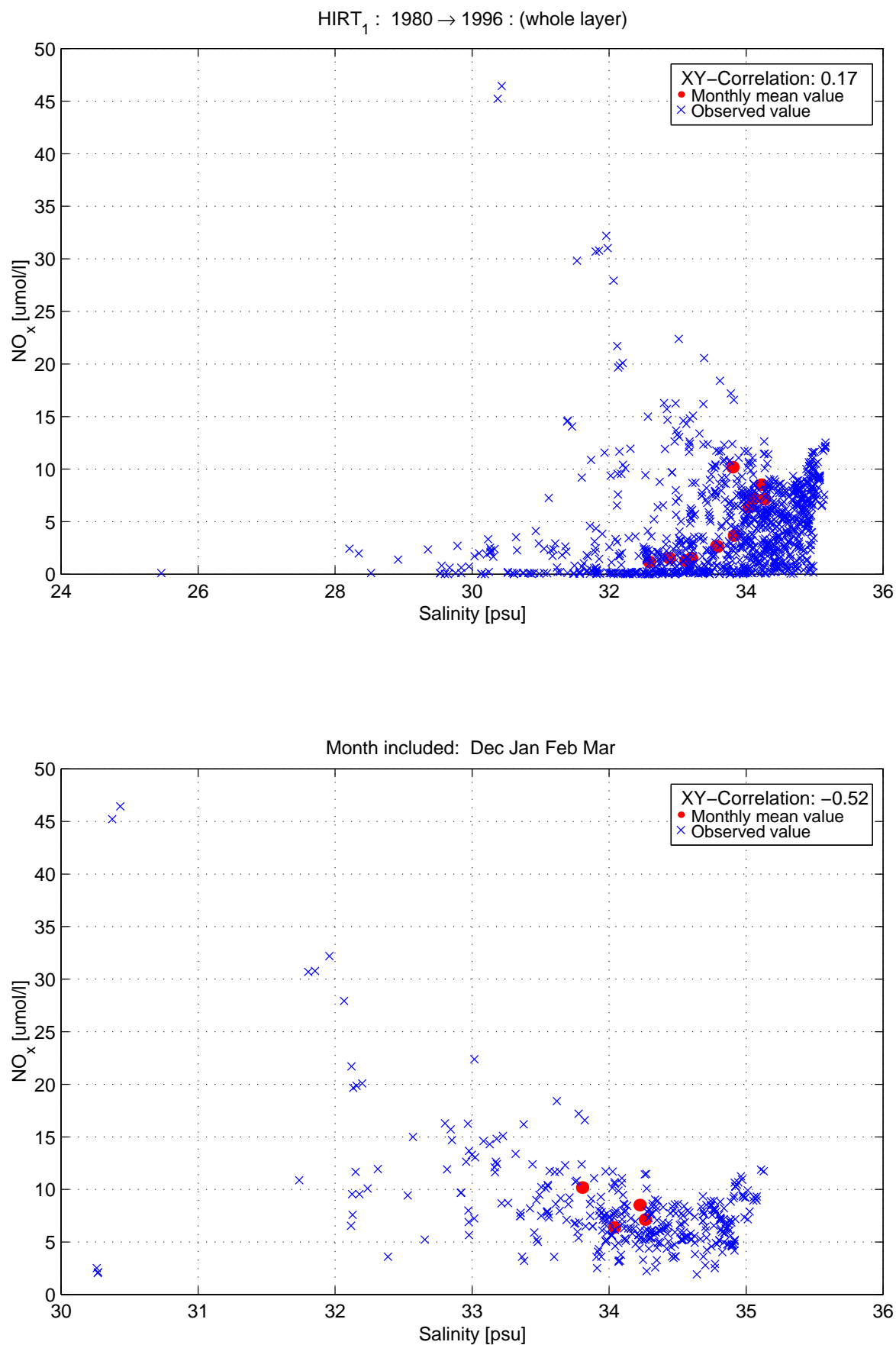
I figur 6.2 er koncentrationen af NO_x afbildet som funktion af saliniteten ved Hirtshals. Man ser hurtigt, at de to parametre overhovedet ikke korrelerer¹⁵ gennem et helt år. Tager man derimod og optegner vintermånederne fra december til og med marts måned opdager man en tendens til antikorrelation. Antikorrelationen er godt nok ikke større end 55%, men i nederste venstre hjørne optræder tre målinger fra marts måned, som sandsynligvis er indsamlet lige efter forårsopblomstringen af fytoplankton hvor NO_x 'en forbruges, eller også er der tale om lavsalint Norsk Kystvand, der er blæst tværs over Skagerrak til Hirtshals under særlige omstændigheder. Ses der bort fra disse punkter ses det, at korrelationen er meget fin. For stationerne langs vestkysten er korrelationen større og op til 90 % i foråret (ikke vist).

Dette tyder på, at NO_x i vintermånederne er en konservativ parameter, der hovedsagelig er en blanding mellem 2 vandtyper eller måske 3 eller flere vandtyper, der stort set ligger på linie i et S- NO_x -diagram. At NO_x er konservativ skyldes, at solens lysintensitet er svagt i disse måneder hvorved den biologiske aktivitet er yderst minimal. Udenfor vintermånederne korrelerer NO_x og saliniteten derimod ikke, og her kan NO_x absolut ikke betragtes konservativ.

¹⁵ For at undersøge om de to datasæt korrelerer, er den sædvanlige form for krydskorrelation benyttet

$$r_{XY} = \frac{\sum_{k=1}^N [(X(k) - \bar{X})(Y(k) - \bar{Y})]}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (X(k) - \bar{X})^2 \sum_{k=1}^N (Y(k) - \bar{Y})^2}}$$

hvor X og Y er tidsserier, \bar{X} og \bar{Y} er deres respektive middelværdier og N er den diskrete længde af tidsserierne. Tælleren er et estimat af kovariansen mens nævneren er et estimat for deres respektive standardafvigelse. En værdi nær 1 hhv. -1 angiver, at tidsserierne korrelerer hhv. antikorrelerer, mens værdier nær 0 indikerer, at tidsserierne ikke korrelerer.



Figur 6.2 NO_x koncentrationen som funktion af saliniteten ved alle målte dybder ud for Hirtshals fra 1980 til og med 1995. De blå kryds angiver målepunkter, mens de røde cirkler angiver månedsmiddel. Øverst er alle målepunkterne inkluderet, mens den nederste figur viser december måned og frem til og med marts. Desuden er korrelationen udregnet for hver figur.

6.3 Klassifikation ved brug af et ikke konservativt sporstof

I dette speciale er det forsøgt at bruge saliniteten sammen med det *ikke* konservative sporstof NO_x . Man kan naturligvis ikke bruge dette sporstof til en vandmasseklassifikation som beskrevet ovenfor uden først at manipulere den.

NO_x udviser en tydelig årsvariation (se appendiks D2-D5 og E2-E5), hvilket dels skyldes afstrømning fra land om foråret og dels biologisk optag fra sidst på foråret og frem til efteråret. Dette forløb har jeg søgt beskrevet ved hjælp af en analytisk advektion-diffusionsmodel (se kapitel 5), hvorved man kan foreskrive den størst forventede NO_x koncentration som funktion af tiden. Således kan NO_x pludselig benyttes som et konservativt sporstof, der blot varierer i tid. Ligningssystem (6.1) tager nu følgende form, hvor temperaturen T er udskiftet med NO_x koncentration.

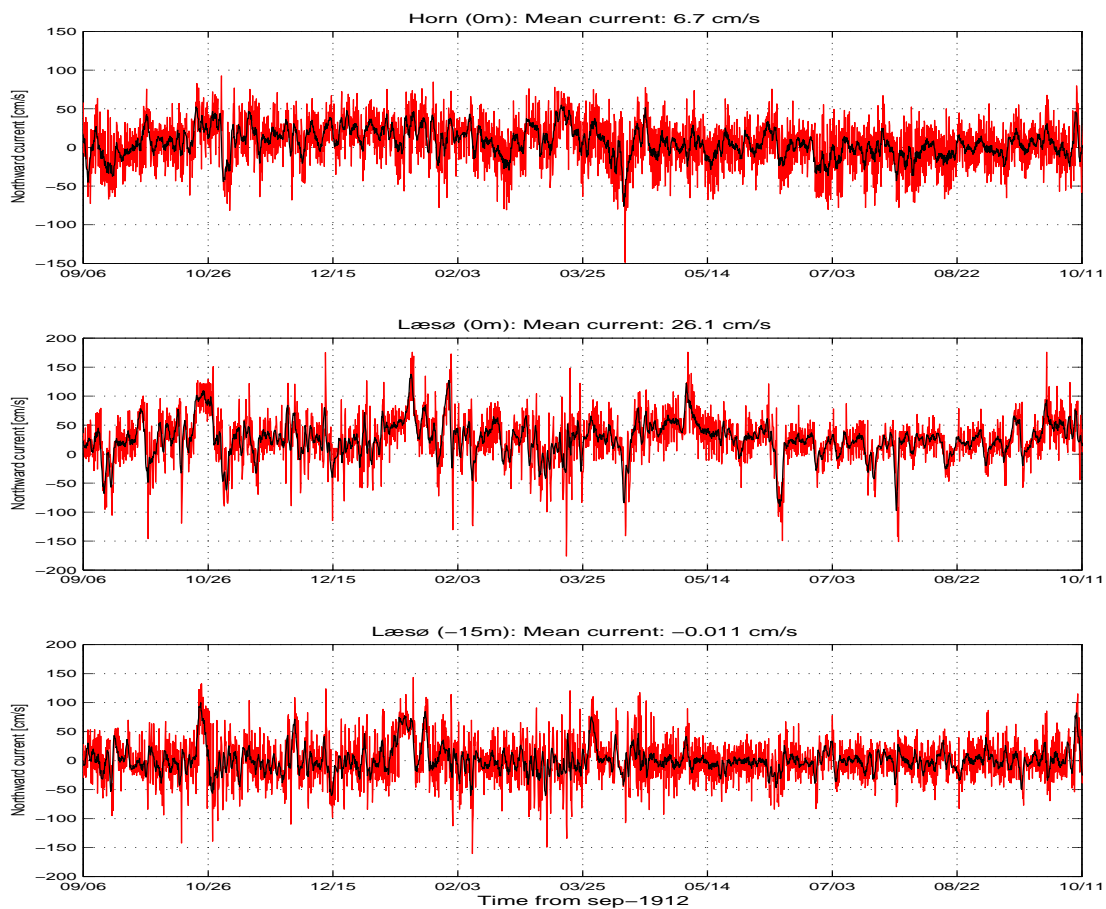
$$\begin{aligned} 1 &= q_1 + q_2 + q_3 \\ S &= S_1 q_1 + S_2 q_2 + S_3 q_3 \\ \text{NO}_x &= \text{NO}_{x,1}(t)q_1 + \text{NO}_{x,2}(t)q_2 + \text{NO}_{x,3}(t)q_3 \end{aligned} \tag{6.3}$$

Det bemærkes, at vandtypernes NO_x koncentration varierer med tiden, hvilket er forskelligt fra den klassiske vandmasseklassifikation.

Som nævnt i kapitel 5 er det vigtigt at gøre sig klart, at advektion-diffusionsmodellen ikke beskriver det biologiske kredsløb, men blot er en model der simulerer forløbet af NO_x med tiden. Man må altså ikke forvente at kunne bruge modellen til at simulere den biologiske aktivitet ud i yderste detalje.

7. Resultater

Dette kapitel indledes med at undersøges om der findes en korrelationen mellem strømdata fra Horns Rev og Læsø Rende. Dernæst gennemgås strømdata fra 1994 ved Hirtshals som sammenstilles med vinden ved Thyborøn. I de to sidste afsnit gennemgås resultaterne af en vandmasseklassifikation langs den jyske vestkyst hhv. ved Hirtshals. I kapitel 1 er der givet et overblik over datamængden og kilderne til disse, ligesom målepunkterne er indtegnet på en figur.



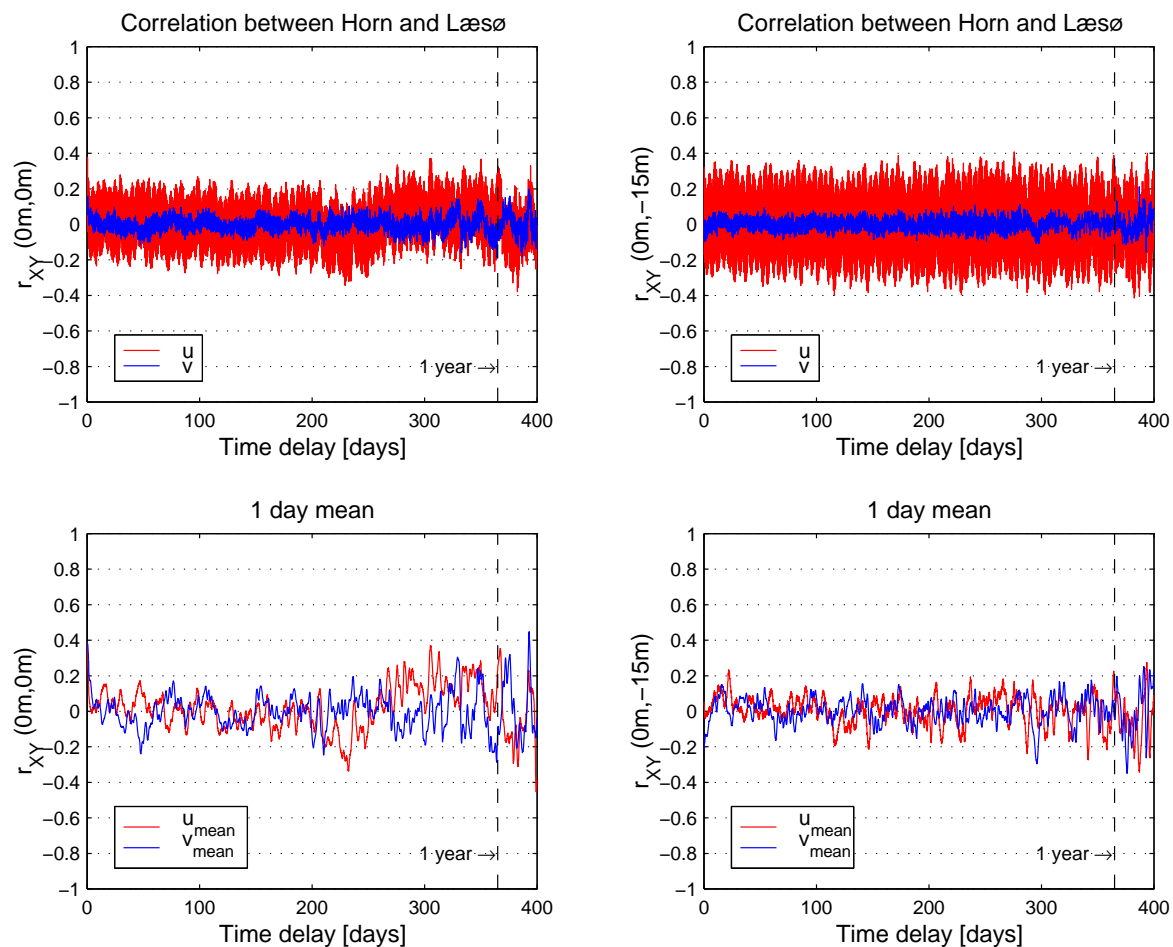
Figur 7.1 Strømdata fra Horns Rev og Læsø Rende fra september 1912 og godt et år frem. Øverste og midterste figur viser strømmen målt ved overfladen ved hhv. Horns Rev og Læsø Rende, mens den nederste figur viser strømmen ved Læsø Rende målt på 15 meters dybde, hvilket er tæt ved bunden. De røde linier er de rå data, mens de sorte linier er strømmen midlet over 1 dag.

7.1 Korrelationsanalyse af strømdata

For at slå fast, at Den Jyske Kyststrøm ikke er en ren advektiv strøm, der konstant strømmer fra Tyske Bugt op langs den jyske vestkyst, rundt om Skagen og lægger sig mellem Kattegats overfladelag og bundlag¹⁶, har jeg undersøgt om strømdata fra Læsø Rende (i overfladen og i dybden) korrelerer med strømdata fra Horns Rev. Hvis denne

¹⁶ Tyske Bugtvandets (GBW) densitet er højere end overfladevandet i Kattegat og lavere end bundvandet, hvorved GBW vil ligge sig i skillefladen.

tænkte konstante transport er til stede, vil man forvente en negativ korrelation mellem de to strømsæt, da nordgående transport langs den jyske vestkyst skulle resultere i en sydgående transport i Kattegat. Denne korrelation måtte godt være forskudt i tiden, da signalet, som følge af afstrømningen fra land ved den Tyske Bugt, ville være et stykke tid om at nå ind i Kattegat. Ved Læsø Rende ligger skillefladen som regel mellem 10 meter og ned til bunden, som ligger på 22 meter vand. For at bundfriktionen ikke skal indvirke alt for meget på strømdataene benytter jeg i det følgende data fra 15 meters dybde hvor jeg finder det mest sandsynligt, at eventuel Tyske Bugtvand (GBW) vil lægge sig. Desuden er strømmålingerne fra overfladen også medtaget.



Figur 7.2 Korrelation mellem strømmen ved Horns Rev og Læsø Rende. Strømdataene ved Læsø Rende er forskudt tilbage i tiden med det antal dage, som x-aksen angiver. De 2 øverste figurer viser korrelationen benyttet på det rå datasæt, mens de nederste figurer viser korrelationen mellem datasættene efter at de er midlet over 1 dag. De røde linier angiver korrelationen for nordgående transport, mens de blå linier angiver korrelationen for østgående transport. De to figurer til venstre angiver korrelationen mellem overfladestrømningen på de to stationer, mens figurerne til højre angiver korrelationen mellem Horns Revs overfladestrøm og Læsø Rendens strøm målt på 15 meters dybde, hvilket er tæt ved bunden, som ligger på 22 meter vand.

Datasættet er vist i figur 7.1. For at eliminere tidevandet fra strømsættet, har jeg midlet strømmene over en dag, hvilket skulle være tilstrækkeligt, da tidevandet i de danske farvande hovedsageligt er halvdaglig med en lille daglig ulighed i amplituden.

For at undersøge om de to datasæt korrelerer, er der benyttet mig af den sædvanlige form for krydskorrelation, som findes i en fodnote i kapitel 7.2. For at tage højde for en eventuel tidsforsinkelse mellem Horns Rev og Læsø Rende, er datasættene forskudt i tid i forhold til

hinanden. Tidsserien ved Læsø Rende forskydes således tilbage i tiden, hvorved begivenhederne ved Læsø Rende kommer for tidligt i forhold til virkeligheden.

Resultatet af korrelationsanalysen er vist i figur 7.2. Som man kunne forvente, korrelerer datasættene overhovedet ikke og dermed er konklusionen, at Den Jyske Kyststrøm ikke nødvendigvis strømmer ind/ud af Kattegat, blot fordi strømmen i Den Jyske Kyststrøm er nordgående/sydgående. Der er altså ingen sammenhæng mellem strømretningen ved Horns Rev og Læsø Rende.

7.2 Kontinuerte strømmålinger ved Hirtshals

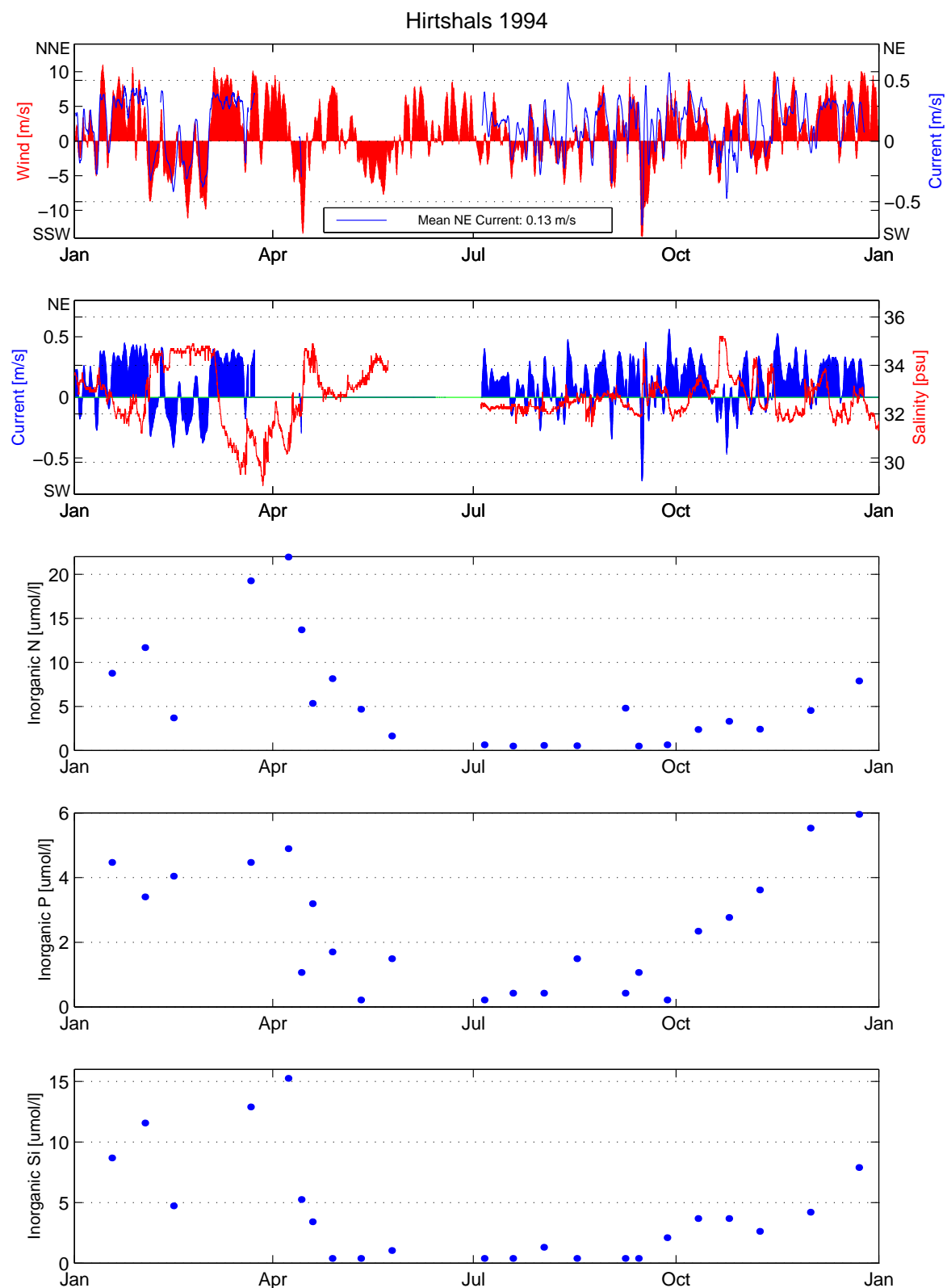
På figur 7.3 ses resultatet af kontinuerte målinger gennem 1994, som er indsamlet ved hjælp af selvregistrerende målebøjer af typen Aabenraa-målere på den midterste station udfor Hirtshals. De var udlagt fra starten af 1994 til slutningen af april 1995, hvor de kontinuert skulle måle strøm, salinitet og temperatur med en times mellemrum. Med nogle få undtagelser har de målt kontinuert gennem hele 1994, mens strømmålingerne forsvandt i starten af 1995. Tilmed har man foretaget punktmålinger af uorganisk kvælstof, uorganisk fosfor og uorganisk silicium. Den uorganiske kvælstof består hovedsageligt af nitrat (NO_3^-), nitrit (NO_2^-) og ammonium (NH_4^+), hvoraf nitratinholdet, der er en faktor 10 større end nitritindholdet, ofte er det største om foråret. Således består spidsværdierne af uorganisk kvælstof fortrinsvis af nitrat (figur 5.4a-c i Hvas et al., 1998a). Den uorganiske fosfat er i vandet opløst som ortho-fosfat (PO_4^{3-}), mens uorganisk silicium er opløst som silikat (SiO_3^-) samt visse former for polysilikater.

Året 1994 blev, i lighed med 1995, indledt med et forår og en forudgående vinter med ekstrem meget nedbør syd for og i Danmark, hvorved store flodtilførsler fra land blev observeret i starten af året. Denne store nedbør kommer til udtryk i form af lave saliniteter. Det er altså ikke et normalt år med normale flodtilførsler, men derimod et år med meget store flodtilførsler, hvilket også fremgår af data fra den jyske vestkyst i perioden frem til 1996 (se Appendiks D), hvor man normalt ikke observerer så lave saliniteter og så høje nitratiniveauer (se også afsnit 7.3 nedenfor).

Ifølge den semi-analytiske løsning (4.46) er den nordgående transport langs den jyske vestkyst størst for vinde blæsende fra sydsydvest (SSW) mod nordnordøst¹⁷ (NNE), mens den maksimale transport mod syd opnås ved den omvendte vindretning. Er strømmen (og transporten) mod nord, vil den ved indgangen til Skagerrak dreje til højre som følge af corioliskraften, da kysten her drejer mod øst. Ved Hanstholm ligger kysten i et sydvest (SW) nordøst (NE) snit, hvorved man må forvente, at strømmen er nordøstlig. Man kan altså forvente, at vinden blæsende mod NNE ved Thyborøn korrelerer med den NE gående strøm ved Hirtshals.

På den øverste graf i figur 7.3 kan det observeres, at ovenstående teori er udmærket. Specielt i de 4 første måneder er korrelationen tydelig, mens den er knap så udpræget i resten af forløbet. Dette hænger sandsynligvis sammen med, at vindstyrken var størst og mest konstant i de 4 første måneder af 1994.

¹⁷ Helt præcis i retningen 27° øst for nord, men da det er tæt på NNE, skrives for overskuelighedens skyld NNE. Tilsvarende skrives SSW selvom der i virkeligheden menes retningen 27° vest for syd. Denne notation benyttes i resten af specialet med mindre andet er nævnt.



Figur 7.3 Kontinuerte målinger af den nordnordøstgående (mod NNE) vind ved Thyborøn (27° øst for nord), den nordøstgående (mod NE) strøm og salinitet ved Hirtshals samt punktmålinger af uorganisk kvælstof, uorganisk fosfor og uorganisk silicium. Saliniteten og strømmen er målt hver time, men strømmen er midlet over 24 timer (12 timer til hver side) for at eliminere tidevand. Vinden er ligeledes midlet over 24 timer, men opsamlet med 3 timers interval. Den hydrografiske station er den midterste ved Hirtshals og målingerne er fra 1994, hvor det regnede meget og en deraf stor afstrømning fra land. Den grønne linie i den anden figur angiver middelsaliniteten i 1994.

Af figur 7.3 fremgår det endvidere, at der er en vis sammenhæng mellem saliniteten ud for Hirtshals og den nordøstlige komponent af strømmen, hvilken er omtrent parallel med kystlinien på den pågældende lokalitet. Er strømmen nordøstlig, er der en tendens til at saliniteten falder. Omvendt, hvis strømmen er sydvestlig, stiger saliniteten, men denne tendens er dog knap så udpræget. Det skal bemærkes, at tendensen er størst for kraftige strømme.

Forklaringen på den lave salinitet ved nordøstlig strøm er, at det relative lavsaline vand langs den jyske vestkyst pulserer ind i Skagerrak for vindretninger blæsende fra SSW (se kapitel 4.6). Dette ses f.eks. i marts frem til slutningen af april 1994, hvor vinden i denne lange periode fortrinsvis blæste fra SSW mod NNE. Man ser også, at kvælstofindholdet, som i denne periode fortrinsvis bestod af nitrat, var meget højt omkring 20 $\mu\text{mol/l}$. Ligeledes var indholdet af uorganisk silikat meget højt, mens indholdet af uorganisk fosfat var højt i forvejen. Dette indikerer, at vand påvirket fra land er strømmet op i Skagerrak mod Hirtshals.

Dette er uden tvivl vand fra Den Jyske Kyststrøm men spørgsmålet er, om vandet stammer fra Tyske Bugt eller om det er af mere lokal oprindelse fra f.eks. Limfjorden. Hvis det er Tyske Bugtvand er ankomsttidspunktet meget tidligt taget middelstrømningen af Den Jyske Kyststrøm i betragtning, men da strømmen mod NE er meget kraftig i styrke og konstant gennem længere tid, kan vinden godt forårsage dette. Fra at vinden slog over i NE til saliniteten faldt, gik der omkring en halv måned. Antages det, at Tyske Bugtvandet i starten af marts manglede 300 kilometer i at nå Hirtshals, svarer det til en middelstrømning omkring 0,22 m/s, hvilket er tæt på den målte strøm ved Hirtshals, og langt større end den normale nordgående residualstrømning langs den jyske vestkyst.

Den målte salinitet når ned omkring 30 psu, hvilket er meget lavt hvis vandet ved Hirtshals udelukkende skulle stamme fra Tyske Bugt. Det svarer til, at vandet stort set hverken er blevet opblandet med det Sydlige Nordsøvand langs den jyske vestkyst eller med det Centrale Nordsøvand ved indgangen til Skagerrak. Dette peger henimod, at den observerede vandmasse er en blanding mellem svagt opblandet Tyske Bugtvand og vand fra Limfjorden.

Denne måleserie fra 1994 afslører, at der ud for Hirtshals langt fra er nogen konstant strømning, når man ser over et år. Den fluktuerer meget i både retning og styrke og er stærkt påvirket af vinden. Heraf kan man udlede, at Den Jyske Kyststrøm absolut ikke strømmer kontinuert mod nord ind i Skagerrak, men derimod pulserer ind og ud af Skagerrak, afhængig af vindens retning, styrke og varighed. Man ser desuden, at den semi-analytiske løsning (4.46) for massetransporten langs vestkysten med en vis rimelighed kan bruges ved Hirtshals, blot vinden er kraftig og konstant gennem længere tid.

7.3 Målinger langs den jyske vestkyst

I Appendiks D er dataene fra den jyske vestkyst vist.

Graferne af de rå data viser, at den målte salinitet undertiden når under 30 psu, hvilket er lavere end man ville forvente at måle ved Tyske Bugt. Der kan være flere forklaringer på dette. For det første kan vandet stamme fra lokale tilløb som f.eks. Limfjorden, da alle målingerne er taget tæt på land. For det andet kan den lave salinitet ved stationerne i Skagerrak skyldes Norsk Kystvand der er blæst ud over hele Skagerrak ned til Danmarks kyster, hvilket flere gange er observeret ved hjælp af satellitbilleder (Aarup, 1994a & 1994b). I det sidste tilfælde vil vandet lægge sig i et tyndt lag øverst vandsøjlen på grund af Den Norske Kyststrøms relative lave salinitet.

I begge tilfælde er der tale om tilstedeværelsen af en vandtype, som kun sjældent optræder i store mængder langs den jyske vestkyst og i det sydlige Skagerrak. Da det i forvejen er vanskeligt at bestemme de forskellige vandtyper, har jeg valgt at frasortere alle vandprøver, hvor der er målt saliniteter under 29,5 psu (se appendiks D). Der gøres to antagelser ved dette. For det første antages det, at de pågældende vandtypers andele i middel er yderst ringe. For det andet antages det, at hvis en af de pågældende vandmasser er til stede, vil den optræde i så store mængder i det øverste lag, at de kan filtreres fra som følge af den lave salinitet. Med andre ord antages det, at vandtypen enten er til stede i stor mængde i toppen af vandsøjlen, eller også er der ingenting af den.

7.3.1 Grafer af de rå og filtrerede data

Appendiks D2 og D3 viser de rå data henholdsvis før og efter filtreringen af dataene. Man ser at saliniteten fluktuerer meget og det er svært at få øje på en årsvariation. Derimod ses en tydelig årsvariation af både NO_x og PO_4^{3-} (og også af silicium (SiO_3^-), som dog ikke er vist i figurerne). Man ser at de nævnte næringsstofniveauer bygges op sidst på efteråret og toppe omkring april måned, hvor sollyset er stærkt nok til, at en opblomstring af fytoplankton kan finde sted, hvorved næringsstofferne forbruges.

Atomforholdet mellem nitrogen og fosfor (N/P) ses også at variere gennem året, men variationen er ude af fase med NO_x og PO_4^{3-} . Dette skyldes dels, at PO_4^{3-} optages hurtigere end NO_x og dels, at forholdet mellem koncentrationen af NO_x og PO_4^{3-} i det meste kontinentale flodvand overstiger forholdet i den centrale Nordsø. N/P forholdet stiger voldsomt efter opblomstringen til langt over Redfield forholdet på 16, som er det forhold hvorved de optages af de primære producere. Da fosfatkoncentrationen samtidigt stort set falder til nul indikerer dette, at fosfor er det begrænsende næringsstof i vandet langs den jyske vestkyst. Man kunne så frygte, at den overskydende mængde nitrat (og nitrit) ville fortsætte ind i de indre danske farvande, hvor de kunne gøre stor skade, men NO_x koncentrationen falder ligeledes til nær nul, hvilket dog sker nogle måneder senere. Med andre ord forbruges den totale mængde fosfat hurtigere end den totale mængde NO_x , hvorpå den resterende mængde NO_x forbruges.

Bemærk, at NO_x niveauet falder nordpå som følge af opblanding med omgivende vandtyper. Specielt bemærkes, at niveauet ved de to stationer i Skagerrak, Hanstholm og Hirtshals, er noget lavere end ved de andre stationer. Dette kunne tyde på, at vandet langs den jyske vestkyst enten blokeres delvis eller også fortyndes kraftigt ved indgangen til Skagerrak. Dog kan man se effekten af den store afstrømning fra land i 1994, der blev efterfulgt af en relativ kraftig og konstant blæsende vind fra SSW, der forcerede Tyske Bugtvand nordpå op til Hirtshals allerede fra slutningen af marts til starten af april måned (se afsnit 7.2 ovenfor). Den højst målte NO_x koncentration ved Hirtshals er således målt i 1994.

7.3.2 Middelgrafer af de rå og filtrerede data

Appendiks D4 og D5 viser måleperiodens middelforløb af salinitet, NO_x , PO_4^{3-} og N/P forholdet udregnet ved hjælp af henholdsvis de rå data og de filtrerede data. Man ser, at filtreringen af dataene ikke ændrer middelgrafernes forløb nævneværdigt, men blot korrigerer graferne en smule.

Kun ved de to stationer i Skagerrak, Hanstholm og Hirtshals, ses en tydelig årsvariation i saliniteten. Dette er lidt overraskende, da man kunne forvente, at forårets store afstrømning fra land ville komme mest til udtryk på stationerne længst mod syd, hvor de store

kontinentale floder findes. Derimod stiger middelsaliniteten nordpå som ventet, da vandet gradvist opblandes med vand fra den sydlige og centrale Nordsø.

Igen ses en tydelig årsvariation af både NO_x og PO_4^{3-} (og også af silicium (SiO_3^-), som dog ikke er vist i figurerne). Nu er det tydeligere at se hvorledes de nævnte næringsstofniveauer bygges op sidst på efteråret og topper omkring april måned, hvor sollyset er stærkt nok til at en opblomstring af fytoplankton kan finde sted, hvorved næringsstofferne forbruges. Det fremgår tydeligt, at koncentrationen af NO_x falder jo længere man bevæger sig nordpå væk fra Tyske Bugt. Igen ses koncentrationen at falde meget i Skagerrak. Således er der ved Hirtshals i perioden 1992 til og med 1997 kun observeret NO_x koncentrationer over 10 $\mu\text{mol/l}$ fra sidst i januar måned til midten af april, hvor opblomstringen af fytoplankton finder sted. I perioden maj til januar er den maksimale målte NO_x koncentration 6,1 $\mu\text{mol/l}$ og den gennemsnitlige NO_x koncentration så lav som 1,4 $\mu\text{mol/l}$. Dette betyder, at man ikke kan forvente en nævneværdig ekstratilførsel af NO_x til Kattegat fra Den Jyske Kyststrøm i denne periode, da alt den tilgængelige NO_x er optaget af planktonet.

N/P forholdet ses også tydeligt at stige efter opblomstringsperioden omkring april måned for igen at falde ned til under 10 omkring august måned. Da både fosfat og dernæst NO_x koncentrationen falder til nær nul, ses vandet at blive begrænset i næringsstoffer. Først forbruges fosfaten, således at vandmassen er fosfatbegrænset sidst på foråret frem til omkring august måned, hvor også nitraten er opbrugt. Man ser, at fosfatniveauet genopbygges tidligere end NO_x , hvorved N/P forholdet er langt under Redfield forholdet på 16 i slutningen af sommermånederne og i starten af efteråret.

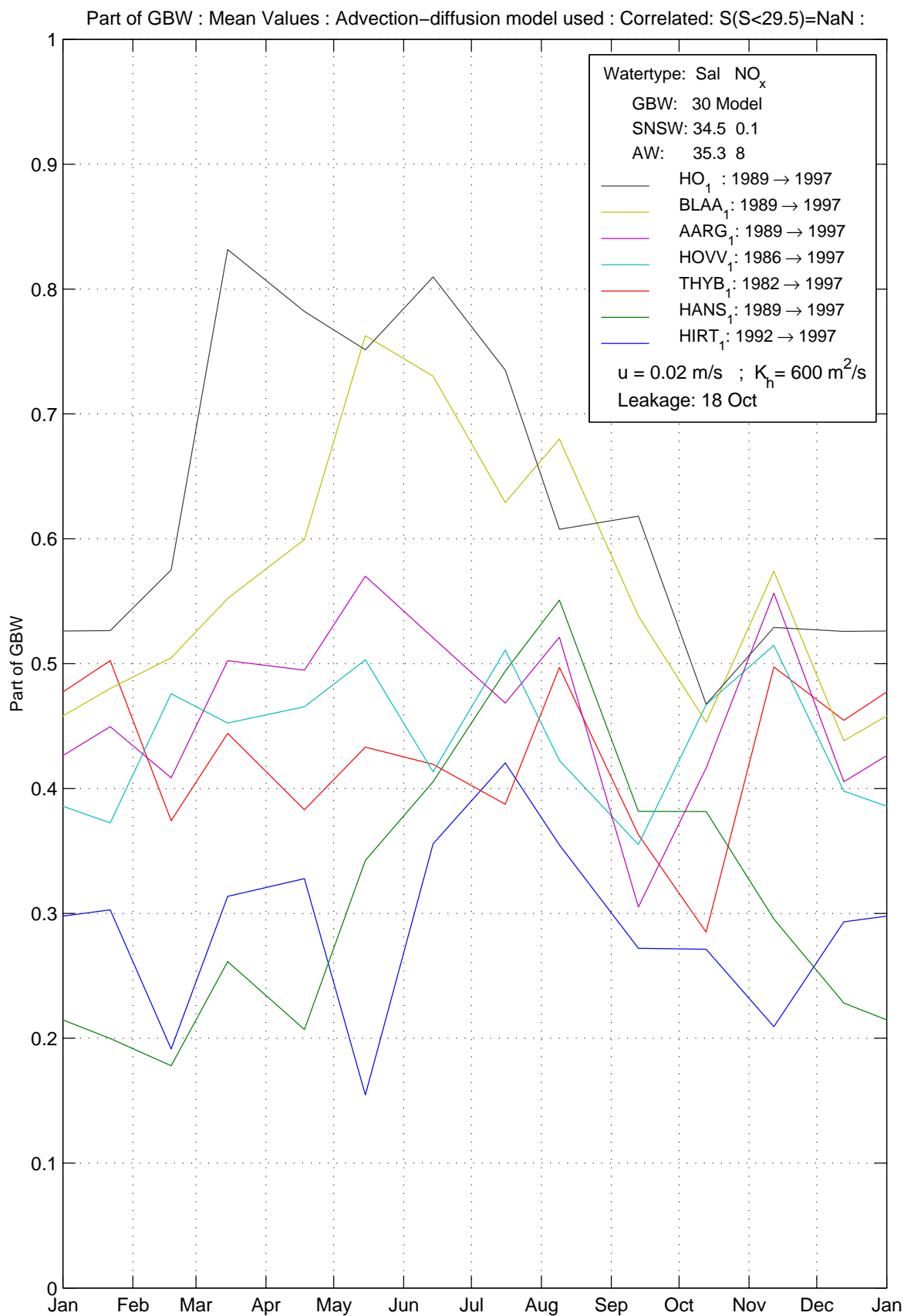
Når NO_x niveauet igen stiger omkring midten af oktober måned, stiger N/P forholdet ligeledes igen, men det når først op omkring de 16 samtidig med afstrømningen fra land når sit maksima i februar og marts måned.

7.3.3 Vandmasseklassifikation

I appendiks D6 og D7 vises resultatet af en vandmasseklassifikation på de midlede data. Appendiks D8 og D9 viser resultatet af vandmasseklassifikationen af henholdsvis de rå og filtrerede dataserier under benyttelse af advektion-diffusionsmodellen på indholdet af NO_x i Tyske Bugtvandet som funktion af tid og sted.

Graferne i appendiks D6 og D7 viser resultatet af en klassisk vandmasseklassifikation på de rå hhv. filtrerede data hvor man antager, at både saliniteten og NO_x indholdet kan betragtes som konservative parametre, hvorved indholdet er konstant for hver vandtype. Resultatet fra Sønder Ho (HO), som er den station der ligger nærmest Tyske Bugten, afslører, at klassifikationen fejler fra april måned og frem. Dette er ikke så overraskende, da NO_x absolut ikke er en konservativ parameter efter forårsopblomstringen. Klassifikationen giver, at andelen af Tyske Bugtvand falder drastisk i april måned og frem, hvilket er præcis modsat det forventede. Man ville forvente, at den store afstrømning fra de tyske floder i februar og marts måned ville vise sig i form af en stor andel af Tyske Bugt vand et stykke frem i tiden, men den beregnede andel falder derimod samtidigt med, at den maksimale andel kun lige akkurat når op over 50 %, hvilket er lige i underkanten af det forventede.

Benyttes derimod advektion-diffusionsmodellen til at beregne den forventede NO_x koncentration fra ren Tyske Bugtvand som funktion af tid og sted, får man et noget andet resultat. Dette er vist i de appendiks D8 og D9 for henholdsvis de rå data og de filtrerede data (sidstnævnte desuden gengivet på figur 7.4).



Figur 7.4 Vandmasseklassifikationen af de årsmidlede og korrigerede data fra den danske vestkyst under benyttelse af advektion-diffusionsmodellen. Graferne viser de beregnede andele af Tyske Bugtvand på forskellige lokaliteter op langs vestkysten. I boksen er der vist hvilke input modellen er fodret med, ligesom man kan se de benyttede vandtyper til vandmasseklassifikationen.

Man ser, at andelen af Tyske Bugtvand ved Sønder Ho stiger kraftigt en lille måned efter afstrømningen fra de tyske floder er maksimal, hvilket er helt som forventet grundet afstanden fra de tyske floder til Sønder Ho. Andelen falder herefter i løbet af det næste halve år til niveauet før den store afstrømning, hvilket også er som forventet. Andelen af Tyske Bugtvand når op på omkring 80% med de filtrerede data, hvilket lyder rimeligt taget afstanden mellem de tyske floder og Sønder Ho i betragtning.

Sammenlignes vandmasseklassifikationen udregnet ved hjælp af de rå data og de filtrerede data ser man en forskel i den maksimale beregnede andel af Tyske Bugtvand. Er dataene ikke filtreret, bliver den beregnede andel af Tyske Bugtvand større på grund af, at de lave saliniteter trækker løsningen mod vandtypen med den laveste salinitet, som i dette tilfælde er Tyske Bugtvandet.

Man kan se, at tidspunktet for maksimum i andelen af Tyske Bugtvand generelt stiger mod nord. Det samme billede med maksima senere på året af Tyske Bugtvand ser man ved stationerne tættere på land (ikke vist her). Ved de to stationer i Skagerrak, Hirtshals og Hanstholm, er andelen udenfor maksimaet dog større ved stationerne tættere på kysten. Dette hænger sammen med afstrømningspulsen fra de store kontinentale floder, der i middel strømmer op langs den danske vestkyst med Den Jyske Kyststrøm og kommer ind i Skagerrak midt på sommeren. I Skagerrak løber Den Jyske Kyststrøm tæt langs Jyllands kyst, men når afstrømningspulsen ankommer, vil bredden af Den Jyske Kyststrøm blive større. Dette kan observeres ved, at maksimaet midt på sommeren er lige stor i alle tre afstande fra kysten ved Hirtshals og Hanstholm (ikke vist her), hvorved ovenstående teori synes korrekt.

Forskellen mellem tidspunktet for maksimum andel ved Sønder Ho (HO) og Blåvand (BLAA) er ret stor, når man tænker på hvor tæt de ligger på hinanden. Forklaringen er angiveligt, at Sønder Ho, der ligger tættest på land, er meget påvirket fra lokale kilder, hvorved responsen fra land ses øjeblikkeligt modsat Blåvand, hvor vandet fra Tyske Bugten (og lokale kilder) først skal nå hen til stationen.

En bemærkelsesværdig ting ved de beregnede andele er, at de generelt er noget mindre ved Skagerrakstationerne Hirtshals og Hanstholm. Dette tyder på, at Den Jyske Kyststrøm enten delvis blokeres ved indgangen til Skagerrak, eller også blandes den kraftigt med de omgivende vandmasser, som i det sydlige Skagerrak hovedsageligt er Centralt Nordsøvand. Det kunne også være Sydlig Nordsøvand, men da andelen falder bemærkelsesværdigt meget ved indgangen til Skagerrak (sammenlign Thyborøn og Hanstholm) og ikke så meget langs den midterste del af Jyllands vestkyst (se Årgab til Thyborøn), er denne vandmasses indflydelse på fænomenet ved Skagerrak nok knap så vigtig.

7.4 Målinger ved Hirtshals

I Appendiks E er dataene fra Hirtshals vist.

På samme måde som ved dataene fra den jyske vestkyst, har jeg frasorteret alle de vandprøver, hvor der er målt saliniteter under 29,5 psu (se appendiks E).

7.4.1 Grafer af de rå og filtrerede data

Graferne i appendiks E2 og E3 viser henholdsvis de rå og filtrerede data. Man ser en tydelig årsvariation i både saliniteten, NO_x og PO_4^{3-} . Årsvariationen i saliniteten er dog tydeligst i toppen af vandsøjlen. Derimod ses årsvariationen i både NO_x og specielt PO_4^{3-} i

hele vandsøjlen. De største koncentrationer af NO_x findes dog i toppen af vandsøjlen i stil med saliniteten. Dette tyder på, at den ekstra NO_x stammer fra land, hvorimod PO_4^{3-} ser ud til ikke at være påvirket nævneværdigt af tilløb fra land. Dette kan skyldes, at det nærmeste større afløbsområde er Limfjorden, som er over 100 kilometer væk. Som beskrevet i afsnit 7.3.1 og 7.3.2 ovenfor, så forbruges PO_4^{3-} før end NO_x hvilket kan forklare, at man ikke ser nogen tydelig årlig lagdeling af PO_4^{3-} .

Studerer man dataene fra perioden 1994-1995 nærmere (også vist i appendiks E2 og E3) kan man se, at der i foråret 1994 og 1995 sker noget usædvanligt. Specielt i 1994 måles nogle meget høje NO_x koncentrationer samtidig med, at saliniteten er meget lav. N/P forholdet er ligeledes ekstremt højt, så der ingen tvivl om, at der er tale om påvirkning fra land. Som argumenteret i afsnit 7.2 ovenfor, så er vandmassen sandsynligvis en blanding mellem svagt opblandet Tyske Bugtvand og vand fra Limfjorden, der er blæst op til Hirtshals under den forgående konstante og kraftige vind fra SSW mod NNE. Man kan desuden se, at dette vand lægger sig i de øverste 10-15 meter af vandsøjlen hvilket er grunden til, at den målte NO_x koncentration er ca. dobbelt så stor som den målte koncentration af uorganisk nitrogen i figur 7.3, der er et gennemsnit mellem overfladekoncentrationen og koncentrationen ved bunden.

Året 1995 blev i stil med 1994 indledt med ekstrem stor nedbørsmængde. Som i 1994, observerer man ligeledes lavsalint vand med relativt højt NO_x indhold tidligt på året. Det synes sandsynligt, at dette vand består af samme vandtyper som vandet i 1994, men dette kan desværre ikke bekræftes gennem strømdata og vindmålinger, da sådanne ikke haves fra starten af 1995.

Det lavsaline vand i toppen af vandsøjlen midt i 1995 besidder saliniteter helt ned under 26 psu, så dette vand kan ikke stamme fra Tyske Bugten men kan være enten et lokalt bidrag eller Norsk Kystvand, der er blæst ud over Skagerrak. Den sidste forklaring er plausibel, hvis man sammenligner med N/P forholdet, der er under 10 i dette tilfælde. Skulle vandet stamme fra land, ville dette forhold sandsynligvis være over 20 eller større endnu.

Vandmiljøplanen fra 1987 skulle reducere tilførslen af nitrat og fosfat fra land, men de højst målte NO_x koncentrationer er målt efter 1987. Dette hænger sandsynligvis sammen med en kombination af de ekstreme våde vintre i 1994 og 1995, hvorved afstrømningen fra land var stor, sammenholdt med de ekstreme vindforhold i 1994 (og sandsynligvis også i 1995). Ser man bort fra disse to år, kan man med god vilje ane en reduktion af NO_x koncentrationen fra 5 til 20 meters dybde (ikke vist her), men det skal slås fast, at der er alt for få målinger til at sige noget fast. Indholdet af fosfat er derimod uændret gennem hele måleperioden.

7.4.2 Middelgrafer af de rå og filtrerede data

I appendiks E4 og E5 viser måleperiodens middelforløb af salinitet, NO_x , PO_4^{3-} og N/P forholdet udregnet ved hjælp af henholdsvis de rå data og de filtrerede data. I lighed med dataene fra den jyske vestkyst ser man, at filtreringen af dataene ikke ændrer middelgrafernes forløb nævneværdigt, men blot korrigerer graferne en smule.

Man kan tydelig se en lagdeling af vandsøjlen om sommeren, hvor det ferske vand, som hovedsageligt stammer fra Tyske Bugt, transporteres ind i Skagerrak af Den Jyske Vestkyst. Dette fald i overfladesaliniteten kulminerer omkring midten af juli måned, hvilket passer fint med advektion-diffusionsmodellen der viser, at man kan forvente det højeste niveau i NO_x omkring dette tidspunkt under forudsætning af, at NO_x 'en ikke optages af fytoplankton og anden biomasse (se figur 5.2). Den valgte middelstrømningen på 0,02 m/s virker altså fornuftig. Da Tyske Bugtvandet således i middel først når Hirtshals

flere måneder efter opblomstringen af fytoplankton kan man konkludere, at Tyske Bugtvandet i middel ikke bidrager til en øgning i koncentrationen af nitrat i Skagerrak (og dermed heller ikke i Kattegat!).

Der observeres også en lagdeling i koncentrationen af NO_x , som er mest udpræget omkring midten af marts måned. Denne ekstra mængde NO_x må altså enten stamme fra mere lokale kilder, hvilken højst sandsynligt er Limfjorden, eller også fra Tyske Bugten under helt specielle vindforhold som i 1994 (se kapitel 7.2 og 7.3.1). Da man også observerer denne lille lagdeling i tidsrummet fra 1980 til 1993 (ikke vist), skyldes den ikke udelukkende de specielle forhold i 1994 og 1995, men sandsynligvis Limfjordens bidrag.

Konturplottet over N/P forholdet viser, at vand med et højt N/P forhold i gennemsnit passerer Hirtshals i midten af juli måned, hvilket er sammenfaldende med den laveste salinitet. Dette bekræfter, at Tyske Bugtvand i middel passerer på dette tidspunkt af året, da dette vand besidder et højt N/P forhold. Man ser også, at N/P forholdet i de øverste 10 meter af vandsøjlen er mindre end forholdet fra 10 til omkring 30 meter vand. Dette skyldes, at lysforholdene er bedst i de øverste meter af vandsøjlen, hvorved alt næringstoffet er opbrugt, hvilket således også gælder NO_x . Man skal dog være lidt varsom her, da det store N/P forhold også kunne være et udtryk for, at fosfaten er brugt helt op hvilket observeres. På den anden side, er forholdet ret tydelig og sammenfaldende med det lavsaline vand hvorved jeg mener, at det store N/P forhold må skyldes Tyske Bugtvand. I den forbindelse skal det bemærkes, at både fosfaten og NO_x koncentrationen er lav i denne periode, hvorved dette vand ikke bidrager nævneværdigt til en forøgelse af næringsstoffer ved Hirtshals og altså heller ikke til Kattegat.

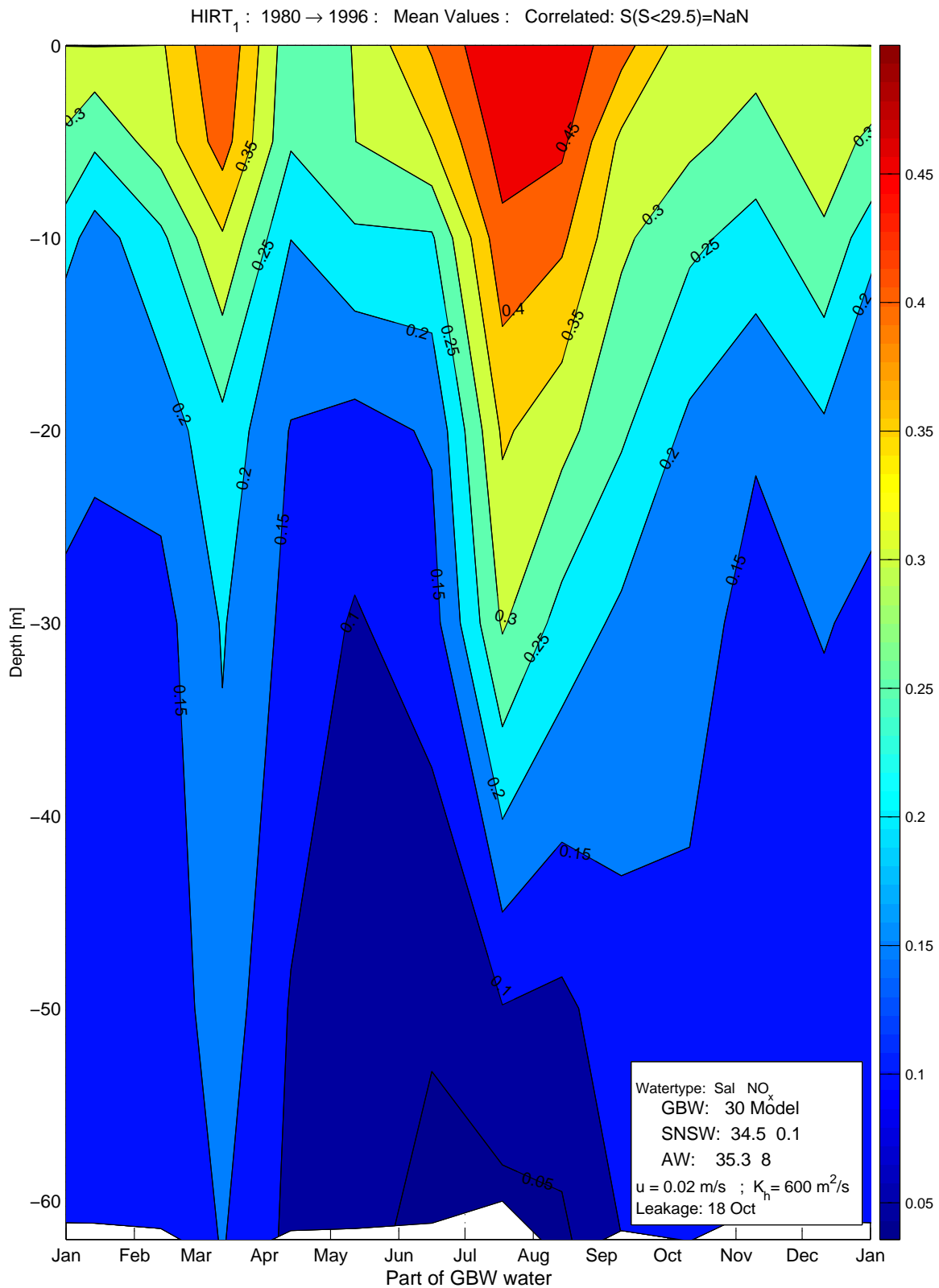
Toppen i N/P forholdet tidligere på året kan skyldes en lokal tilførsel som f.eks. Limfjorden, men den er sandsynligvis hovedsageligt et udtryk for at fosfaten optages hurtigere end nitrat. Desuden ses de exceptionelle år 1994 og 1995 at bidrage væsentligt til denne top i N/P forholdet omkring april måned.

Man ser, at i store perioder er N/P forholdet langt under Redfield forholdet på 16 og stort set kun over 16 i de 2 ovennævnte perioder af året, som er i foråret og sommeren. Hermed kan man konkludere, at vandmassen ved Hirtshals er begrænset af nitrat (eller NO_x) undtagen i de 2 nævnte perioder af året, hvor der er fosfat (PO_4^{3-}) der er den begrænsende næringsstof. Dog skal det nævnes, at indholdet af både PO_4^{3-} og NO_x er lavt i den sidste af perioderne, hvorved vandmassen sandsynligvis er begrænset af begge næringsstoffer.

7.4.3 Vandmasseklassifikation

I appendiks E6 og E7 vises resultatet af en klassisk vandmasseklassifikation på de rå og filtrerede midlede data, hvor man antager både saliniteten og NO_x indholdet konservativt, hvorved det er konstant for hver vandtype. Som ved dataene fra den jyske vestkyst giver denne klassifikation en for lav andel af Tyske Bugtvand, men man kan dog tydeligt se to input om året, som jeg vil komme ind på nedenfor.

Appendiks E8 og E9 viser resultatet af vandmasseklassifikationen af henholdsvis de rå og filtrerede dataserier under benyttelse af advektion-diffusionsmodellen på indholdet af NO_x i Tyske Bugtvandet som funktion af tid og sted (sidstnævnte desuden gengivet på figur 7.5). Man ser tydeligt, at Den Jyske Kyststrøm i middel transporterer Tyske Bugtvand til Hirtshals, hvilket ankommer omkring midten af juli måned. Andelen af Tyske Bugtvand når op på næsten halvdelen, men det er koncentreret i den øverste del af vandsøjlen. Således er andelen på 30 meter vand under 30 % i selvsamme måned.



Figur 7.5 Vandmasseklassifikationen af de årsmidlede korrigerede data fra Hirtshals under benyttelse af advektion-diffusionsmodellen. Graferne viser de beregnede andele af Tyske Bugtvand på forskellige lokaliteter op langs vestkysten. I boksen er der vist hvilke input modellen er fodret med, ligesom man kan se de benyttede vandtyper til vandmasseklassifikationen.

Den store top i Tyske Bugtvandets andel i midten af marts måned skyldes hovedsageligt de specielle år 1994 og 1995, så denne top er ikke tilstede hver år.

I tabel 7.1 er den beregnede andel af Tyske Bugtvand vist i forskellige dybder midlet over et år. Andelene er beregnet under benyttelse af de årsmidlede korrigerede data og advektion-diffusionsmodellen. Grafisk er det vist i figur 7.5 og man ser tydeligt, hvordan andelen er koncentreret i toppen af vandsøjlen. Allerede i 20 meters dybde er andelen således næsten halveret i forhold til overfladen.

Konklusion er, at Tyske Bugtvandet i middel når Hirtshals alt for sent til at bidrage med en betydelig forøgelse af næringsstofkoncentrationen her. Således bidrager Tyske Bugtvandet i middel ikke til en forøgelse af koncentrationen af næringsstoffer i Kattegats bundvand.

Under helt specielle forhold, som specielt i 1994 og også i 1995, kan Den Jyske Kyststrøm dog pulsere store mængder af nitratholdigt Tyske Bugtvand til Hirtshals, og sandsynligvis også videre til Kattegat, inden forårsopblomstringen af fytoplankton finder sted. Denne transport er dog begrænset til de øverste 10-15 meter af vandsøjlen.

Dybde i meter	GBW andel
0	0,40
-5	0,37
-10	0,30
-20	0,21
-30	0,17
-50	0,11
-62	0,09

Tabel 7.1 Andel af Tyske Bugtvand (GBW) i forskellige dybder midlet over et år. Andelene er beregnet vha. advektion-diffusionsmodellen og de midlede korrigerede data.

8. Konklusion

Vindens påvirkning af Den Jyske Kyststrøm er undersøgt og sammenlignet med data gennem et år. Det viser sig, at vinden kan have overordentlig stor indflydelse på strømningsmønstret. Således gav en konstant blæsende vind fra sydsydvest med en styrke af ca. 7 m/s anledning til en nordgående strømning og transport langs den jyske vestkyst med en gennemsnitlig strømhastighed omkring 22 cm/s over en måned. Denne strømhastighed skal sammenlignes med middelstrømningen om foråret og sommeren, som er fundet til at være omkring 10 gange mindre.

Strømmens responstid på vindstresset er imidlertid kun godt et par timer, hvorved ovenstående situation kun opstår under atypiske vindforhold, hvor vindretningen gennem længere tid blæser fra samme retning samtidigt med, at vindstyrken er forholdsvis kraftig. Således virker det mest sandsynligt, at Den Jyske Kyststrøm kommer ind og ud af Skagerrak i pulser afhængig af vindforholdene. Billedligt talt kan man sige, at transporten langs den jyske vestkyst er "som vinden blæser".

Da Danmark ligger i et udpræget vestenvindsområde, vil middelvinden kun svagt bidrage til en nordgående transport mod nord langs den jyske vestkyst. Tidevandet vil derimod bidrage med en i middel nordgående transport langs den jyske vestkyst som følge af de ulineære led i bevægelsesligningerne. Ligeledes vil densitetsforskellen mellem det relative ferske kontinentale kystvand og det mere salte Nordsøvand skabe en middelstrømning mod nord langs den jyske vestkyst, men modsat tidevandets bidrag, vil denne transport være sæsonafhængig således, at den er størst om foråret hvor densitetsforskellen er størst som følge af afstrømning fra land. Den samlede transporthastighed er vurderet til at være omkring 2 cm/s midlet over foråret og sommeren. Antages Den Jyske Kyststrøm i gennemsnit at være 100 km bred, bliver transporten omkring 50.000 m³/s (0,05 Sverdrup) mod nord.

Det blev også undersøgt om man kunne finde en sammenhæng mellem strømdata fra Horns Rev og Læsø Rende, men strømdataene korrelerede overhovedet ikke. Hermed er det endnu engang vist, at hvis Den Jyske Kyststrøm bidrager væsentligt med næringsrigt Tyske Bugtvand til Kattegats bundvand, så foregår det ikke som en jævn kontinuerlig nordgående strøm, der i Skagerrak drejer mod syd ind i Kattegats springlag. Det vil derimod foregå ved, at Den Jyske Kyststrøm pulserer ind og ud af Skagerrak for siden eventuelt at strømme ind i Kattegat.

Vandmasseklassifikationen på målingerne op langs den danske vestkyst afslører, at andelen af Tyske Bugtvand i Skagerrak er meget variabel, hvilket årene 1994 og 1995 er gode eksempler på, hvor vinden i forårsperioden forcerede Den Jyske Kyststrøm ind i Skagerrak. Da afstrømningen fra land de pågældende år var exceptionel stor, blev andelen af Tyske Bugtvand i Skagerrak større end den ellers ville have været og den nærmede sig 100 % men kun i de øverste 10-15 meter af vandsøjlen.

Ser man bort fra disse to atypiske år observeres pulsen fra de kontinentale floder først midt på sommeren med maksimum omkring juli til august, hvor andelen ved Hirtshals når op over 50 %, men kun i den øverste del af vandsøjlen. I denne periode af året er nitratkoncentrationen meget lavt, da fytoplankton langs den jyske vestkyst længe forinden har optaget hovedparten af Den Jyske Kyststrøms næringsstofindhold. Således virker det sandsynligt, at Tyske Bugtvandet i reglen ikke bidrager nævneværdigt til en øgning i koncentrationen af nitrat og andre næringsstoffer i Skagerrak, da vandet simpelthen når dertil så sent, at hovedparten af næringsstofindholdet forinden er optaget. Konklusionen er

således, at Tyske Bugtvandet i middel når Hirtshals (og dermed også Kattegat!) alt for sent til at kunne gøre stor skade.

Under helt specielle forhold som i 1994 og 1995 kan Den Jyske Kyststrøm dog pulsere store mængder af nitratholdig Tyske Bugtvand til Hirtshals, og sandsynligvis også videre til Kattegat, inden forårsopblomstringen af fytoplankton finder sted, men resultaterne tyder på, at det hører til sjældenhederne og at det kun foregår i de øverste 10-15 meter af vandsøjlen.

Appendiks A

A. Kelvinbølger

En kelvinbølge er en vandrende forstyrrelse, som udbreder sig langs en fast rand, der ligger på højre side (på nordlige halvkugle).

Antag at havet er begrænset af en ret kyst givet ved $y=0$. Der benyttes et kartetisk koordinatsystem med x -aksen parallel med kysten og y -aksen parallel derpå med voksende værdi ud i havet. Det antages at shallow water teorien gælder, dvs. at vertikale accelerationer negligeres og der haves hydrostatisk ligevægt, hvorved den horisontale hastighed bliver uafhængig af dybden z . Yderligere antages det, at vandet er homogent, inkompressibelt og friktionsfrit og at man kan se bort fra overflade- og bundfriktion. Desuden antages følgende fysiske størrelser konstante: vanddybden h , atmosfæretrykket p_a og coriolisparameteren f . Slutteligt antages hastigheden vinkelret på kysten at være nul, dvs. $v=0$. De lineariserede bevægelsesligninger får nu følgende udseende.

$$x : \frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (\text{A.1})$$

$$y : fu = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (\text{A.2})$$

$$z : p(z) = -\rho g(z - \eta) + p_a \quad (\text{A.3})$$

$$\text{kont.lign.} : \frac{\partial \eta}{\partial t} = -h \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{A.4})$$

Elimination af u vha. krydsdifferentiation mellem x -komponenten af impuls ligningen (A.1) og kontinuitetsligningen (A.4) giver

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \quad (\text{A.5})$$

hvilket er bølgeligningen for en bølge, der udbreder sig langs x -komponenten med fasehastigheden $c = \sqrt{gh}$, hvilken er identisk med lange bølgers fasehastighed i et ikke roterende system. Kelvinbølgen påvirkes således ikke af corioliskraften i retningen langs kysten. Derimod viser momentligningen i y -retningen, at der til enhver tid er geostrofisk ligevægt vinkelret på kysten, dvs. corioliskraften balancerer den trykgradientkraft, der opstår på tværs af bølgebevægelsen på grund af overfladens hældning som følge af opstuvning af vand langs kysten. Det bemærkes, at bølgerne er ikke-dispersive, således at de bevarer deres form.

Der ønskes et udtryk for strømhastigheden u og vandstanden η . Differentieres impuls ligningen i y -retningen (A.2) mht. x og indsættes i kontinuitetsligningen (A.4) opnås

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{c}{f} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \quad (\text{A.6})$$

Denne ligning løses ved separation af de variable. Vandstandsændringen antages at være på formen $\eta = F(x,t)G(y)$, hvorved ligning (A.6) efter et par omrokeringer og indførelse af Rossbys deformationsradius $a = c/f$ får følgende udseende

$$\frac{\frac{\partial F}{\partial t}}{c \frac{\partial F}{\partial x}} = \frac{a}{G} \frac{\partial G}{\partial y} \quad (\text{A.7})$$

Da venstresiden kun er en funktion af x og t og højresiden kun afhænger af y , må begge sider være lig den samme konstant ζ . Efter integration af venstre hhv. højre side opnås

$$\begin{aligned} F &= F(x + \zeta ct) \\ G &= G_0 e^{\frac{\zeta}{a} y} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Nu skal konstanterne G_0 og ζ findes. Ved at differentiere y -komponenten i impuls ligningen (A.2) mht. t og indsætte i x -komponenten (A.1), kan u elimineres. Man får

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial y \partial t} = f \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (\text{A.9})$$

Indsættes $\eta = F(x, t)G(y)$ sammen med (A.8) får man

$$\frac{\zeta}{a} c = f \quad \Leftrightarrow \quad \zeta = \pm 1 \quad (\text{A.10})$$

Da vandstandsændringen η skal være endelig på det åbne hav ($y \rightarrow \infty$), må $\zeta=1$ forkastes. Altså er $\zeta = -1$. Sættes konstanten G_0 (og en eventuelt skjult konstant i F) lig 1 får man følgende udtryk for vandstandstanden forårsaget af kelvinbølgen

$$\eta = e^{-\frac{y}{a}} F(x - ct) \quad (\text{A.11})$$

Strømhastigheden u i x -retningen kan nu findes ud fra impuls ligningen i y -retningen (A.2)

$$u = -\frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{g}{c} e^{-\frac{y}{a}} F(x - ct) \quad (\text{A.12})$$

Modsat almindelige lange bølger, kan kelvinbølgen kun bevæge sig i én retning, da kelvinbølgen kræver geostrofisk balance i retningen normalt på kysten. Dette opnås, når kysten ligger til højre for udbredelsesretningen (på nordlig halvkugle), da corioliskraften i dette tilfælde stuger vand op langs kysten.

Det ses, at strømmen har samme retning som bølgeudbredelsen under kelvinbølgens ryg ($\partial \eta / \partial y > 0$) og modsat retning under kelvinbølgens trug, se figur 3.1. Endvidere viser ligningerne (A.11) og (A.12), at overfladehævningen er i fase med strømhastigheden, således at maksimal strøm optræder med maksimal vandstand. i praksis viser det sig, at maksimal tidevandsstrøm indtræffer før maksimal vandstand (Weber, 1996), hvilket skyldes bundfriktionen, som der ikke er taget hensyn til i ovenstående udregninger. Bundfriktionen bevirker desuden, at fasehastigheden reduceres, ligesom amplituden aftager med tiden.

Desuden ses, at kelvinbølgen er fanget indenfor en afstand af samme størrelsesorden som Rossby-radien a , da både vandstandsændringen og strømhastigheden aftager eksponentielt væk fra kysten. Dermed er bølgeenergien også fanget indenfor denne radie.

Den midlede kinetiske energi pr. enhedslængde langs kysten er givet ved

$$\overline{E}_{\text{kin}} = \overline{\int_0^{\infty} \frac{1}{2} \rho h u^2 dy} = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \rho h \frac{g^2}{c_0^2} e^{-\frac{2}{a}y} \overline{F^2(x-ct)} dy = \frac{1}{4} \rho g a \overline{F^2(x-ct)} = \frac{1}{8} \rho g a \eta_0^2 \quad (\text{A.13})$$

hvor η_0 er amplituden af bølgen ved kysten ($y=0$) og F er antaget harmonisk. Tilsvarende findes den midlede potentielle energi pr. enhedslængde langs kysten

$$\overline{E}_{\text{pot}} = \overline{\int_0^{\infty} \int_0^{\eta} \rho g z dz dy} = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \rho g \eta^2 dy = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \rho h u^2 dy = \frac{1}{8} \rho g a \eta_0^2 \quad (\text{A.14})$$

hvor den sidste udregning er den samme som ved udregningen af den midlede kinetiske energi. Heraf fås den samlede midlede energi.

$$\overline{E} = \overline{E}_{\text{kin}} + \overline{E}_{\text{pot}} = \frac{1}{4} \rho g a \eta_0^2 \quad (\text{A.15})$$

Da energien forplanter sig med gruppehastigheden c_g , som for lange bølger er identisk med deres fasehastighed c , er middelværdien af energifluksen for en kelvinbølge langs kysten givet ved

$$\overline{E}_{\text{fluks}} = \overline{E} c_g = \frac{1}{4} \rho g^2 \frac{h}{f} \eta_0^2 \quad (\text{A.16})$$

For en bølge som uden friktionspåvirkning bevæger sig henover områder uden bratte ændringer i vanddybden er energifluksen konstant. For et sådant tilfælde viser ligning (A.16), at amplituden η_0 vil stige, hvis bølgen udbreder sig over mere grundt vand, hvilket er tilfældet for en kelvinbølge, der udbreder sig ned langs Englands østkyst. Kravet om ikke alt for bratte ændringer af vanddybden skyldes, at bølgen i tilfælde af bratte vanddybdeændringer vil kunne reflekteres (Højerslev, 1989) og således ikke bevare energifluksen.

Appendiks B

B. Ekmanspiralen

I dette appendiks gennemgås den matematiske side af den øvre og nedre ekmanpiral.

B.1 Øvre ekmanpiral

Antag at overfladen har en konstant hældning. Antag endvidere at bundstresset er negligibelt, at der ikke er nogen accelerationer i vandet, samt at man befinder sig langt fra kysten, hvor dybden er meget større end ekmandybden, som defineres senere. Desuden regnes f konstant (f -plan), hvilket vil sige, at der er tale om mesoskala oceanografi. Så reduceres bevægelsesligningerne til

$$\begin{aligned} -f(v - v_g) &= -A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ f(u - u_g) &= -A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

hvor A_z er antaget konstant med dybden og hvor $fu_g = -g \partial \eta / \partial y$ og $-fv_g = -g \partial \eta / \partial x$ definerer den geostrofiske strøm, som virker i hele vandsøjlen. Grænsebetingelsen ved overfladen og i den indre del af havet er

$$\begin{aligned} \rho A_z \frac{\partial u}{\partial z} &= \tau_x^w, & \rho A_z \frac{\partial v}{\partial z} &= \tau_y^w & \text{for } z = \eta \approx 0 \\ u &\rightarrow u_g, & v &\rightarrow v_g & \text{for } z \rightarrow -\infty \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Løsningen til dette ligningssystem må være på formen

$$\begin{aligned} v &= v_E(z) + v_g(x, y) \\ u &= u_E(z) + u_g(x, y) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

hvilket grænsebetingelserne antyder. Her er (u_E, v_E) ekmanstrømmen, som er den vinddrevede strøm i overfladelaget, der kaldes ekmanlaget.

Betragtes først ekmanlaget får man efter et par omskrivninger af (B.1) følgende

$$\frac{\partial^2 (u_E + iv_E)}{\partial z^2} = i \frac{f}{A_z} (u_E + iv_E) = \left(\frac{(1+i)\pi}{d} \right)^2 (u_E + iv_E) \quad (\text{B.4})$$

hvor $d = \pi \sqrt{2A_z / |f|}$ er ekmandybden, hvis betydning kommenteres senere. Coriolisparameteren f er taget numerisk for at generalisere løsningen til både den nordlige og sydlige halvkugle. Løsningen til denne ligning, der tilfredsstiller den sidste grænsebetingelse i (B.2) om en endelig løsning er

$$\begin{aligned} u_E + iv_E &= W_0 e^{(1+i)\pi z/d} \\ &= e^{\pi z/d} \left[\left\{ W_r \cos\left(\frac{\pi z}{d}\right) - W_i \sin\left(\frac{\pi z}{d}\right) \right\} + i \left\{ W_r \sin\left(\frac{\pi z}{d}\right) + W_i \cos\left(\frac{\pi z}{d}\right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

hvor $W_0=W_r+iW_i$ er kompleks. Heraf findes u_E og v_E og benyttes den første grænsebetingelse i (B.2) får man

$$\left. \begin{aligned} \tau_x^w &= \rho A_z \frac{\pi(W_r - W_i)}{d} \\ \tau_y^w &= \rho A_z \frac{\pi(W_r + W_i)}{d} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} W_r = \frac{1}{\rho f d} (\tau_x^w + \tau_y^w) \\ W_i = \frac{1}{\rho f d} (\tau_y^w - \tau_x^w) \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

Indsættes dette resultat i (B.5) opnår man følgende resultat for ekmanstrømningen

$$\begin{aligned} u_E &= \frac{1}{\rho f d} e^{\pi z/d} \left[(\tau_x^w + \tau_y^w) \cos\left(\frac{\pi z}{d}\right) + (\tau_x^w - \tau_y^w) \sin\left(\frac{\pi z}{d}\right) \right] \\ v_E &= \frac{1}{\rho f d} e^{\pi z/d} \left[(\tau_x^w + \tau_y^w) \sin\left(\frac{\pi z}{d}\right) - (\tau_x^w - \tau_y^w) \cos\left(\frac{\pi z}{d}\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Ved hjælp af trigonometriske funktioner kan dette omskrives til en mere overskuelig form

$$\begin{aligned} u_E &= \frac{\sqrt{2}}{\rho f d} e^{\pi z/d} \left[\tau_x^w \sin\left(\frac{\pi z}{d} + \frac{\pi}{4}\right) + \tau_y^w \cos\left(\frac{\pi z}{d} + \frac{\pi}{4}\right) \right] \\ v_E &= \frac{\sqrt{2}}{\rho f d} e^{\pi z/d} \left[-\tau_x^w \cos\left(\frac{\pi z}{d} + \frac{\pi}{4}\right) + \tau_y^w \sin\left(\frac{\pi z}{d} + \frac{\pi}{4}\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Man ser umiddelbart, at ekmanstrømningen er drejet 45° til højre for vindstresset ved overfladen ($z=0$) på den nordlige halvkugle ($f>0$). Tilmed drejer strømmen mod højre med dybden samtidigt med, at strømstyrken aftager eksponentielt. Derfor kaldes strømningen for ekmanspiralen. I ekmandybden $z=-d$ er strømmen drejet 180° i forhold til overfladestrømmen, hvilket er definitionen på ekmandybden¹⁸. I denne dybde er strømhastigheden aftaget til ca. 4% af overfladestrømmen, og vindpåvirkningen er således i praksis uden betydning i denne dybde.

B.2 Nedre ekmanspiral

Udregningerne til den nedre ekmanspiral ligner meget dem man brugte til at udregne den øvre. Antagelserne er identiske med undtagelse af, at det nu er vindstresset man ser bort fra til fordel for bundstresset. Havet antages at være h meter dybt, hvor h er noget større end ekmandybden d . Nulpunktet for z -aksen vælges i starten til at være ved bunden. Bevægelsesligningerne reduceres igen til (B.1), og grænsebetingelserne er denne gang

$$\begin{aligned} \tau_x^b &= \rho A_z \frac{\partial u}{\partial z} \equiv \rho \gamma u, & \tau_y^b &= \rho A_z \frac{\partial v}{\partial z} \equiv \rho \gamma v & \text{for } z = \eta \approx 0 \\ u &\rightarrow u_g, & v &\rightarrow v_g & \text{for } z \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

hvor bundfriktionspændingen er antaget proportional med den samlede strømhastighed (også kaldet Rayleigh friktion). Proportionalfaktoren γ kaldes for friktionskoefficienten, hvor $\gamma=0$ svarer det til ingen friktion ved bunden, hvorved der heller ikke er noget nedre ekmanlag, mens $\gamma \rightarrow \infty$ svarer til "no-slip" grænsebetingelsen, hvor $u=v=0$ ved bunden. Den samlede løsning må igen bestå af en ekmanløsning og en geostrofe løsning som i (B.3).

¹⁸ I nogle tekstbøger er Ekmandybden dog defineret som den dybde, hvor strømstyrken er aftaget med en faktor $e^{-1} \approx 0,37$ af overfladestrømmen.

Ekmandelen kan igen omskrives til (B.4), hvor d nu er den nedre ekmandybde. Denne dybde behøver ikke at være den samme som den øvre, da eddy viskositeten A_z i reglen er forskellig i top og bund. Løsningen til (B.4), der tilfredsstiller grænsebetingelsen ved bunden er.

$$u_E + iv_E = W_0 e^{-(1+i)\pi z/d} = e^{-\pi z/d} \left[\left\{ W_r \cos\left(\frac{\pi z}{d}\right) + W_i \sin\left(\frac{\pi z}{d}\right) \right\} + i \left\{ -W_r \sin\left(\frac{\pi z}{d}\right) + W_i \cos\left(\frac{\pi z}{d}\right) \right\} \right] \quad (\text{B.10})$$

hvor $W_0 = W_r + iW_i$ igen er kompleks. Heraf findes u_E og v_E og benyttes den første grænsebetingelse får man

$$\left. \begin{aligned} K(-W_r + W_i) &= W_r + u_g \\ K(-W_r - W_i) &= W_i + v_g \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} W_r = \frac{-(K+1)u_g - Kv_g}{2K^2 + 2K + 1} \\ W_i = \frac{Ku_g - (K+1)v_g}{2K^2 + 2K + 1} \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

hvor $K \equiv \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{A_z f}{2}}$. Indsættes dette resultat i (B.10) får man

$$\begin{aligned} u_E &= e^{-\pi z/d} \left[W_r \cos\left(\frac{\pi z}{d}\right) + W_i \sin\left(\frac{\pi z}{d}\right) \right] \\ v_E &= e^{-\pi z/d} \left[-W_r \sin\left(\frac{\pi z}{d}\right) + W_i \cos\left(\frac{\pi z}{d}\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

For "no-slip" ved bunden lader man $\gamma \rightarrow \infty$ (dvs $K \rightarrow 0$). Substituerer man tilmed z med $z+h$ for at få havoverfladen til at være ved $z=0$ som ved den øvre ekman spiral får man følgende resultat for ekmanstrømningen.

$$\begin{aligned} u_E &= e^{-\pi(z+h)/d} \left[-u_g \cos\left(\frac{\pi(z+h)}{d}\right) - v_g \sin\left(\frac{\pi(z+h)}{d}\right) \right] \\ v_E &= e^{-\pi(z+h)/d} \left[u_g \sin\left(\frac{\pi(z+h)}{d}\right) - v_g \cos\left(\frac{\pi(z+h)}{d}\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Den samlede strømning i det nedre ekmanlag er nu givet som

$$\begin{aligned} u &= u_g \left[1 - e^{-\pi(z+h)/d} \cos\left(\frac{\pi(z+h)}{d}\right) \right] - v_g e^{-\pi(z+h)/d} \sin\left(\frac{\pi(z+h)}{d}\right) \\ v &= v_g \left[1 - e^{-\pi(z+h)/d} \cos\left(\frac{\pi(z+h)}{d}\right) \right] + u_g e^{-\pi(z+h)/d} \sin\left(\frac{\pi(z+h)}{d}\right) \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Som ved den øvre ekman spiral er strømningsmønstret i det nedre ekmanlag givet som en eksponentiel aftagende spiral. Modsat den øvre spiral er denne venstredrejet som følge af, at grænsefladen er beliggende under grænselaget. Bundstresset trækker energi ud af strømningen hvorved den bremses. Da corioliskraften er proportional med hastigheden, kan den geostrofiske balance ikke længere opretholdes, og strømningen drejer mod venstre indtil summen af bundfriktionskraften og corioliskraften balancerer trykgradientkraften. Sådan fortsættes ned gennem grænselaget og ved bunden er hastigheden forskudt 45° til venstre for den geostrofiske strøm over ekmanlaget.

Appendiks C

C. Løsning af advektion-diffusionsligningen

Vi starter op med advektion-diffusionsligningen

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = -\bar{u}_j \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K_{ij} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} \right) + S_i(\mathbf{x}_k, t) \quad (\text{C.1})$$

og søger forskellige løsninger til denne.

C.1 Løsningen for en momentan kilde

Antag at hastighedsfeltet er rettet i x-retningen og har størrelsen \bar{u} . Til tiden $t=0$ tilføres momentant en kilde med styrken S i punktet $(x,y,z)=(0,0,0)$. Problemet er nu at løse (C.1) med grænsebetingelserne:

$$\begin{aligned} \overline{c(x, y, z, 0)} &= S \delta(x)\delta(y)\delta(z) \\ \overline{c(x, y, z, t)} &= 0 \quad \text{for } x, y, z \rightarrow \pm\infty \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

hvor $\delta(k)=1$ for $k=0$ og $\delta(k)=0$ ellers er kronecker delta.

Hvis man deler koncentrationen op i hver koordinat $\overline{c(x, y, z, t)} = \overline{c_x(x, t)} \overline{c_y(y, t)} \overline{c_z(z, t)}$, separeres også de variable i hver koordinat og (C.1) bliver til

$$\frac{\partial c_x}{\partial t} = -\bar{u} \frac{\partial c_x}{\partial x} + K_{xx} \frac{\partial^2 c_x}{\partial x^2} \quad (\text{C.3})$$

$$\frac{\partial c_y}{\partial t} = K_{yy} \frac{\partial^2 c_y}{\partial y^2} \quad (\text{C.4})$$

$$\frac{\partial c_z}{\partial t} = K_{zz} \frac{\partial^2 c_z}{\partial z^2} \quad (\text{C.5})$$

Grænsebetingelserne ændrer sig tilsvarende

$$\begin{aligned} c_i(x_i, t) &= S^{1/3} \delta(x_i)\delta(t) \\ c_i(x_i, t) &= 0 \quad \text{for } x_i \rightarrow \pm\infty \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

For at løse (C.3), (C.4) og (C.5) kan der med fordel benyttes Fourier transformation. Da den Fourier transponerede af c_x er

$$C(\alpha, t) = F\{c_x(x, t)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} c_x(x, t) e^{-i\alpha x} dx \quad (\text{C.7})$$

giver (C.3) og (C.6)

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} &= -i\alpha\bar{u}C - \alpha^2 K_{xx} C \\ C(\alpha, 0) &= \frac{S^{1/3}}{\sqrt{2\pi}} \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

som har løsningen

$$C(\alpha, t) = \frac{S^{1/3}}{\sqrt{2\pi}} \exp[-(\alpha^2 K_{xx} + i\alpha\bar{u})t] \quad (C.9)$$

Den inverse Fourier transponerede af $C(\alpha, t)$ er

$$c_x(x, t) = F^{-1}\{C(\alpha, t)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} C(\alpha, t) e^{i\alpha x} d\alpha \quad (C.10)$$

hvorved

$$c_x(x, t) = \frac{S^{1/3}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(\alpha^2 K_{xx} t - i\alpha(x - \bar{u}t))] d\alpha \quad (C.11)$$

Lægger man et led til og trækker det fra igen, kan eksponenten skrives som 2 kvadratiske led

$$\begin{aligned} \alpha^2 K_{xx} t - i\alpha(x - \bar{u}t) + \frac{(x - \bar{u}t)^2}{4K_{xx} t} - \frac{(x - \bar{u}t)^2}{4K_{xx} t} \\ = \left[\alpha(K_{xx} t)^{1/2} - \frac{i(x - \bar{u}t)}{2(K_{xx} t)^{1/2}} \right]^2 - \frac{(x - \bar{u}t)^2}{4K_{xx} t} \end{aligned} \quad (C.12)$$

Der skiftes variabel til $\gamma = \alpha(K_{xx} t)^{1/2} - i(x - \bar{u}t)/2(K_{xx} t)^{1/2}$. Så er $d\gamma = (K_{xx} t)^{1/2} d\alpha$ og man får

$$c_x(x, t) = \frac{S^{1/3}}{2\pi(K_{xx} t)^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x - \bar{u}t)^2}{4K_{xx} t}\right] \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\gamma^2} d\gamma \quad (C.13)$$

Det sidste integral giver $\pi^{1/2}$ så man får alt i alt

$$c_x(x, t) = \frac{S^{1/3}}{\sqrt{2\pi}(2K_{xx} t)^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x - \bar{u}t)^2}{2K_{xx} t}\right] \quad (C.14)$$

Tilsvarende fås

$$c_y(y, t) = \frac{S^{1/3}}{\sqrt{2\pi}(2K_{yy} t)^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{y^2}{2K_{yy} t}\right] \quad (C.15)$$

$$c_z(z, t) = \frac{S^{1/3}}{\sqrt{2\pi}(2K_{zz} t)^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{z^2}{2K_{zz} t}\right] \quad (C.16)$$

og alt i alt ender man op med produktet af alle c_i .

$$\overline{c(x, y, z, t)} = \frac{S}{8(\pi t)^{3/2} (K_{xx} K_{yy} K_{zz})^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x - \bar{u}t)^2}{4K_{xx} t} - \frac{y^2}{4K_{yy} t} - \frac{z^2}{4K_{zz} t}\right] \quad (C.17)$$

Er man interesseret i et andet nulpunkt end $(0,0,0)$, f.eks. (x_0, y_0, z_0) kan man substituere x_i med $x_i - x_{0i}$ og man opnår

$$\overline{c(x, y, z, t)} = \frac{S}{8(\pi t)^{3/2} (K_{xx} K_{yy} K_{zz})^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x - x_0 - \bar{u}t)^2}{4K_{xx} t} - \frac{(y - y_0)^2}{4K_{yy} t} - \frac{(z - z_0)^2}{4K_{zz} t}\right] \quad (C.18)$$

Er en af de turbulente diffusionskoefficienter meget stor, forsvinder leddet indeholdende den pågældende diffusionskoefficient. Eksempelvis kan man antage, at den vertikale

diffusionskoefficient K_{zz} er stor ved den jyske vestkyst, hvor middeldybden er ringe og vandmassen velblandet med dybden. I dette tilfælde vil c_z være lille. Er den horisontale turbulente diffusion tilmed ens i begge retninger, $K_{xx}=K_{yy}=K_h$ hvilket virker rimeligt, da der ikke er nogen fornuftig forklaring hvorfor den turbulente diffusion skulle foretrække en retning frem for en anden, reduceres udtrykket til

$$\overline{c(x, y, t)} = \frac{S}{4(\pi t)(K_h)} \exp\left[-\frac{(x - x_0 - \bar{u}t)^2}{4K_h t} - \frac{(y - y_0)^2}{4K_h t}\right] \quad (\text{C.19})$$

C.1.1 Totalreflektion og totalabsorption

Findes der en fast rand, som f.eks. den jyske vestkyst (lad den være bestemt ved ligningen $y=0$), er det ufysisk at koncentrationen skal være symmetrisk omkring denne. I så fald kan en antagelse være, at koncentrationen reflekteres ved denne rand, således at koncentrationen stiger langs randen på havsiden. Dette kan man gøre ret simpelt ved at placere en hypotetisk kilde ved $y=-y_0$ og derpå addere resultatet til bidraget fra den rigtige kilde ved $y=y_0$.

$$c_y(y, t) = \frac{S^{1/3}}{\sqrt{2\pi}(2K_{yy}t)^{1/2}} \left(\exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y - y_0)^2}{2K_{yy}t}\right] + \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y + y_0)^2}{2K_{yy}t}\right] \right) \quad (\text{C.20})$$

Dette er analogt til et elastisk stød, hvor energien bevares.

Lægges koordinatsystemet således, at $y_0=0$ langs den jyske vestkyst og placeres kilden i $(x_0, y_0)=(0,0)$, reduceres (C.19) til

$$\overline{c(x, y, t)} = \frac{S}{4(\pi t)(K_h)} \exp\left[-\frac{(x - \bar{u}t)^2}{4K_h t} - \frac{y^2}{2K_h t}\right] \quad (\text{C.21})$$

En anden mulighed kunne være, at kysten var en perfekt absorber (hvilket den dog ikke er, men for princippets skyld!), kan man gøre tilsvarende ovenfor men blot subtrahere i stedet for at addere.

$$c_y(y, t) = \frac{S^{1/3}}{\sqrt{2\pi}(2K_{yy}t)^{1/2}} \left(\exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y - y_0)^2}{2K_{yy}t}\right] - \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y + y_0)^2}{2K_{yy}t}\right] \right) \quad (\text{C.22})$$

Dette er analogt til et uelastisk stød, hvor energien ikke bevares.

C.2 Løsningen for en kontinuert kilde

Antag som før, at hastighedsfeltet er rettet i x-retningen og har størrelsen. Kilden er igen placeret i origo $(x, y, z)=(0,0,0)$ og har den kontinuerte kildestyrke Q [kg/s]. Da kilden tilføres hele tiden, vil systemet søge en steady-state tilstand, og således er det interessante spørgsmål nu at bestemme middelkoncentrationen udelukkende som funktion af stedet. Med andre ord er problemet reduceret til at løse steady-state versionen af (C.1) med $S=Q\delta(x)\delta(y)\delta(z)$

$$0 = -\bar{u}_j \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K_{jj} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} \right) + S_i(x_k) \delta(x_k) \quad (\text{C.23})$$

Grænsebetingelsen er, at middelkoncentrationen går mod nul i det uendelige fjerne.

Advektionsleddet bevirker, at koncentrationen er størst langs x-aksen, hvorved jeg starter med at definere en ny variabel f således at

$$\overline{c(x_j)} = f(x_j)e^{kx} \quad (C.24)$$

Den eksponentielle afhængighed skyldes en forventning om, at koncentrationen er gaussisk fordelt ligesom løsningen for en momentan kilde var det, hvorved f sørger for, at middelkoncentrationen er begrænset i sted. Indsættes (C.24) i (C.23) og defineres $k = \bar{u}/2K_x$ for at slippe af med førsteordens afledede får man

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial((K_{xx}/K_{yy})y^2)} + \frac{\partial^2 f}{\partial((K_{xx}/K_{zz})z^2)} - k^2 f = -\frac{Q}{K_{xx}} e^{-kx} \delta(x)\delta(y)\delta(z) \quad (C.25)$$

Her er det antaget, at K_i er uafhængig af x_j . Definerer man $r^2 = x^2 + \frac{K_{xx}}{K_{yy}} y^2 + \frac{K_{xx}}{K_{zz}} z^2$, hvor

det bemærkes, at r er defineret på normal vis for $K_{xx}=K_{yy}=K_{zz}$, ender man op med følgende ikke homogene anden ordens ligning med konstante koefficienter:

$$\nabla_r^2 f - k^2 f = -\frac{Q}{K_{xx}} e^{-kx} \delta(x)\delta(y)\delta(z) \quad (C.26)$$

som der kan løses. Først findes en løsning til den homogene ligning

$$\nabla_r^2 f - k^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{df}{dr} \right) - k^2 f = \frac{1}{r} \frac{d^2 g}{dr^2} - \frac{1}{r} g \quad (C.27)$$

hvor jeg har defineret $f(r)=g(r)/r$. Denne ligning har løsningen

$$f(r) = \frac{g(r)}{r} = \frac{1}{r} (Ae^{-kr} + Be^{kr}) \quad (C.28)$$

men da middelkoncentrationen skal være endelig for $r \rightarrow \infty$ er $B=0$ og vha. (C.24) får man

$$\overline{c(r)} = \frac{A}{r} e^{-k(r-x)} \quad (C.29)$$

Nu skal A bestemmes og den kan bestemmes ved at integrere (C.26) over en kugle med radius r

$$\int_V (\nabla^2 f - k^2 f) dV = \int_V \left(-\frac{Q}{K_x} e^{kx} \delta(x)\delta(y)\delta(z) \right) dV \quad (C.30)$$

Tager man og integrerer første led og udnytter Greens teorem bliver det

$$\begin{aligned} \int_V \nabla^2 f dV &= \int_S \frac{\partial f}{\partial n} dS \\ &= \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta \left(\frac{\partial f}{\partial r'} \right)_{r'=r} r^2 d\theta d\phi \\ &= -4\pi A e^{-kr} (1 + kr) \end{aligned} \quad (C.31)$$

Andet led bliver

$$\begin{aligned} \int_V k^2 f dV &= \int_0^r k^2 \frac{A}{r'} e^{-kr'} 4\pi (r')^2 dr' \\ &= -4\pi A e^{-kr} (1 + kr) + 4\pi A \end{aligned} \quad (C.32)$$

hvorved venstre side blot er en besværlig måde at skrive $-4\pi A$ på. Højresiden kan også regnes ud og husker man på definitionen af r fås

$$\begin{aligned} \int_V \left(-\frac{Q}{K_x} e^{-kx} \delta(x) \delta(y) \delta(z) \right) dV &= \iiint_{x,y,z} -\frac{Q}{K_{xx}} e^{-kx} \delta(x) \delta(y) \delta(z) d\left(z \sqrt{\frac{K_{xx}}{K_{zz}}} \right) d\left(y \sqrt{\frac{K_{xx}}{K_{yy}}} \right) dx \\ &= -\frac{Q}{\sqrt{K_{yy} K_{zz}}} \iiint_{x,y,z} e^{-kx} \delta(x) \delta(y) \delta(z) dz dy dx \\ &= -\frac{Q}{\sqrt{K_{yy} K_{zz}}} \end{aligned}$$

Hermed bliver $A = \frac{Q}{4\pi\sqrt{K_{yy} K_{zz}}}$, og den endelige løsning er som følger

$$\begin{aligned} \overline{c(r)} &= \frac{Q}{4\pi\sqrt{K_{yy} K_{zz}} r} \exp\left[-\frac{\bar{u}}{2K_{xx}} (r-x) \right] \\ &= \frac{Q}{4\pi\left(K_{yy} K_{zz} x^2 + K_{xx} K_{zz} y^2 + K_{xx} K_{yy} z^2 \right)^{1/2}} \exp\left[-\frac{\bar{u}}{2K_{xx}} \left(\left(x^2 + \frac{K_{xx}}{K_{yy}} y^2 + \frac{K_{xx}}{K_{zz}} z^2 \right)^{1/2} - x \right) \right] \end{aligned}$$

Er man kun interesseret i koncentrationen i nærheden af centerlinjen i middelstrømmens retning, kan man benytte sig af Taylorudvikling og approksimere r og $r-x$ med følgende

$$\begin{aligned} r &= x \left(1 + \frac{\left(\frac{K_{xx}}{K_{yy}} \right) y^2 + \left(\frac{K_{xx}}{K_{zz}} \right) z^2}{x^2} \right)^{1/2} \approx x \left(1 + \frac{\left(\frac{K_{xx}}{K_{yy}} \right) y^2 + \left(\frac{K_{xx}}{K_{zz}} \right) z^2}{2x} \right) \approx x \\ r-x &\approx \frac{\left(\frac{K_{xx}}{K_{yy}} \right) y^2 + \left(\frac{K_{xx}}{K_{zz}} \right) z^2}{2x} \end{aligned}$$

hvor forholdene mellem den turbulente diffusiviteterne er antaget noget mindre end forskellen mellem x og $(y^2+z^2)^{1/2}$. Indsættes dette opnås

$$\overline{c(x,y)} = \frac{Q}{4\pi\left(K_{yy} K_{zz} \right)^{1/2} x^2} \exp\left[-\frac{\bar{u}}{2K_{xx} x} \left(\frac{K_{xx}}{K_{yy}} y^2 + \frac{K_{xx}}{K_{zz}} z^2 \right)^{1/2} \right] \quad \text{for } x \ll y \quad (\text{C.33})$$

Det ses, at systemet er langt pænere eftersom man kan antage, at $K_{xx} = K_{yy} = K_{zz}$. Det første lighedstegn virker rimelig og diffusiviteterne benævnes ofte K_h , mens det andet lighedstegn straks er mere tvivlsomt. Ser man på den jyske kyststrøm kan man dog antage, at den vertikale turbulente diffusion er stor, da området er vertikalt velblandet og således barotrop. Hermed får man

$$\overline{c(x,y)} = \frac{Q}{4\pi K_h x} \exp\left[-\frac{\bar{u}}{4K_h x} y^2 \right] \quad \text{for } x \ll y \quad (\text{C.34})$$

C.2.1 Totalreflektion

For totalreflektion ved $y=0$ finder man tilsvarende løsningen for en momentan kilde følgende udtryk

$$\overline{c(x, y)} = \frac{Q}{4\pi K_h x} \left(\exp\left[-\frac{\bar{u}}{4K_h x} (y - y_0)^2\right] + \exp\left[-\frac{\bar{u}}{4K_h x} (y + y_0)^2\right] \right) \quad \text{for } x \ll y$$

hvor y_0 er placeringen af kilden i y -retningen, som i de forrige udledninger er antaget til at være i $y=0$.

Appendiks D

D. Data fra vestkysten

I dette appendiks vises alle de konstruerede grafer indeholdende data stammende fra de 4 amter. Først forklares den benyttede notation på figurerne hvorefter de forskellige typer grafer vises i følgende rækkefølge: Først forklares den benyttede notation på figurerne hvorefter de forskellige typer grafer vises i følgende rækkefølge:

D.2 : Rå data

D.3 : Filtrede data

D.4 : Middelgrafer af de rå data

D.5 : Middelgrafer af de filtrerede data

D.6 : Beregnede andele udfra de rå data

D.7 : Beregnede andele udfra de filtrerede data

D.8 : Beregnede andele udfra de rå data og advektion-diffusionsmodellen

D.9 : Beregnede andele udfra de filtrerede data og advektion-diffusionsmodellen

D.1 Notation

Stationsnavnene er vist i toppen af hver figur og forkortes som følger (se også figur 1.1):

HIRT: Hirtshals

BLOK: Blokhus

HANS: Hanstholm

THYB: Thyborøn

HOVV: Høvvig

AARG: Årgab

BLAA: Blåvand

GRAA: Grådyb

HO: Sønder Ho

Stationerne vises i ovennævnte rækkefølge.

Det sænkede nummer efter stationsnavnet angiver hvilket punkt på det målte tværsnit, der regnes med. 1 betyder, at dataene længst væk fra land er benyttet.

Hver åben prik angiver et målepunkt og de er forbundet med en ret linie. Det skal ikke forstås som om, at den rette linie giver det korrekte billede, men nærmere som tendensen i forløbet. Sammenlignes med figur 7.3 ses det, at saliniteten fluktuerer meget mellem de diskrete målinger i dette appendiks, men tendensen viser sig dog.

Står der ”Correlated: S(S<xx)=NaN” betyder det, at alle data med en salinitet S<xx psu er filtreret ud af udregningerne¹⁹. Målepunkter der på denne måde er ekskluderet angives med en stjerne. Ligeledes er målepunkter af en parameter, hvortil der ikke er målt salinitet, markeret med en stjerne.

På graferne over andelene af vandtyper, er der i boksen vist hvilke egenskaber de forskellige vandtyper antages at besidde. Hvis der under NO_x står ”Model” betyder det, at advektion-diffusionsmodellen er benyttet til at beregne den forventede NO_x koncentration som funktion af tiden.

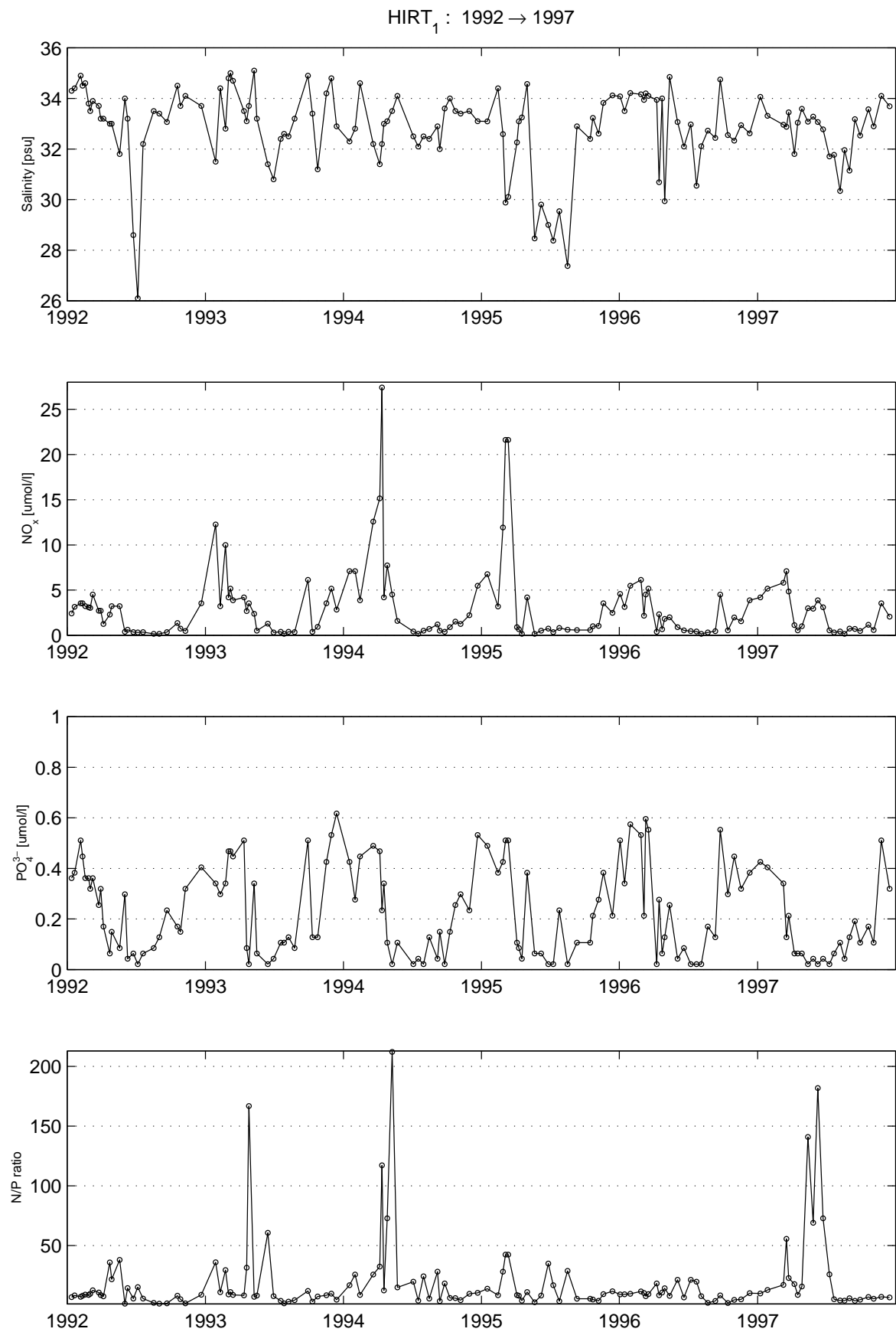
¹⁹ NaN betyder ”Not a Number” i MATLAB sprog.

De benyttede vandtyper er:

- GBW: Tyske Bugtvand
- SNSW: Sydlig Nordsøvand
- AW: Atlanterhavsvand

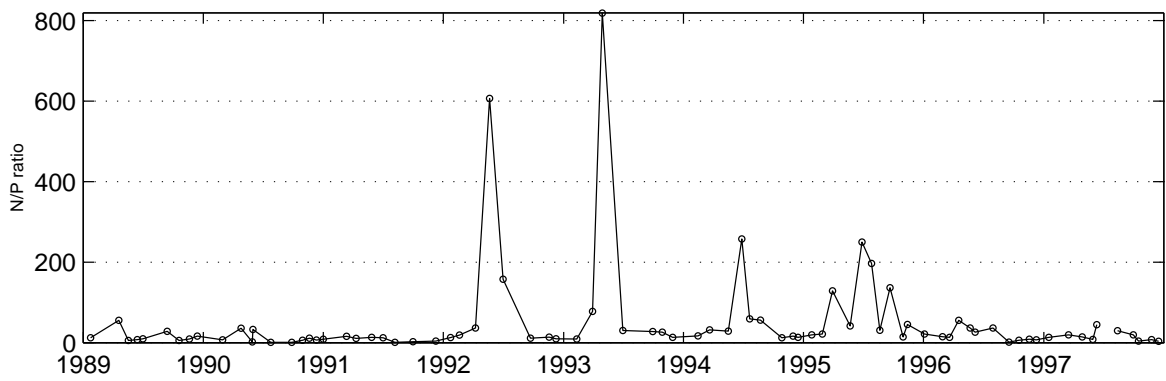
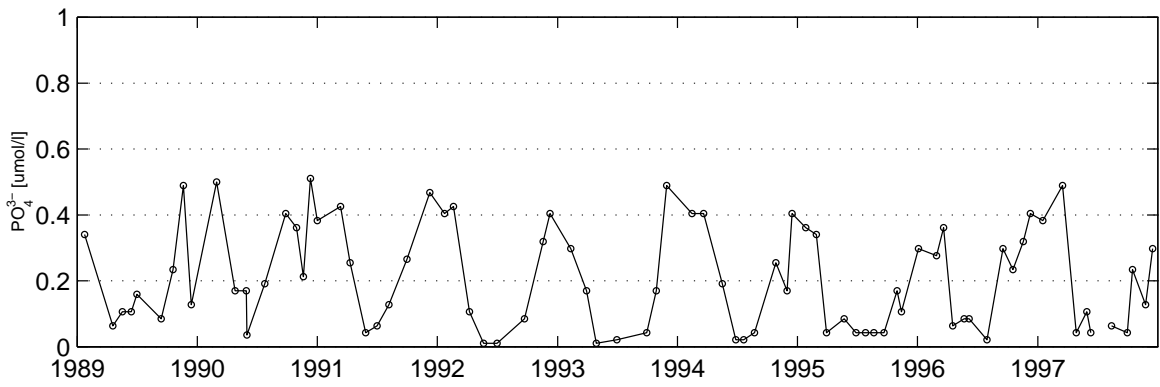
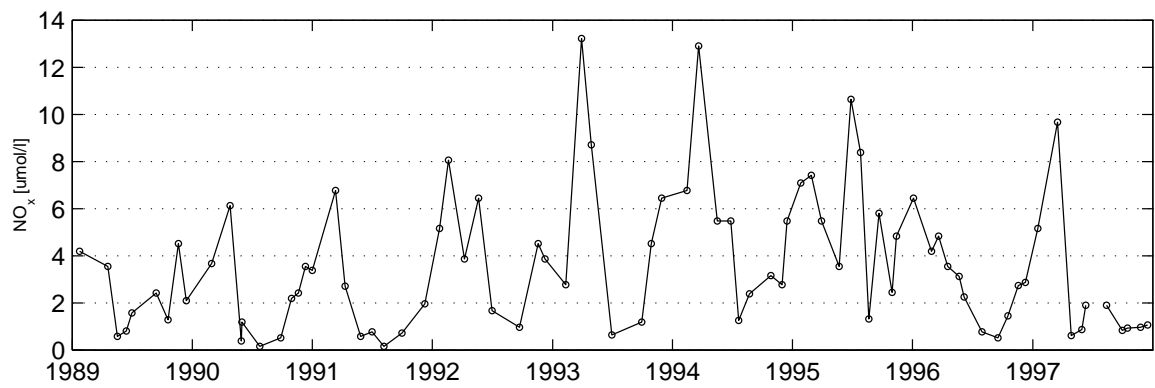
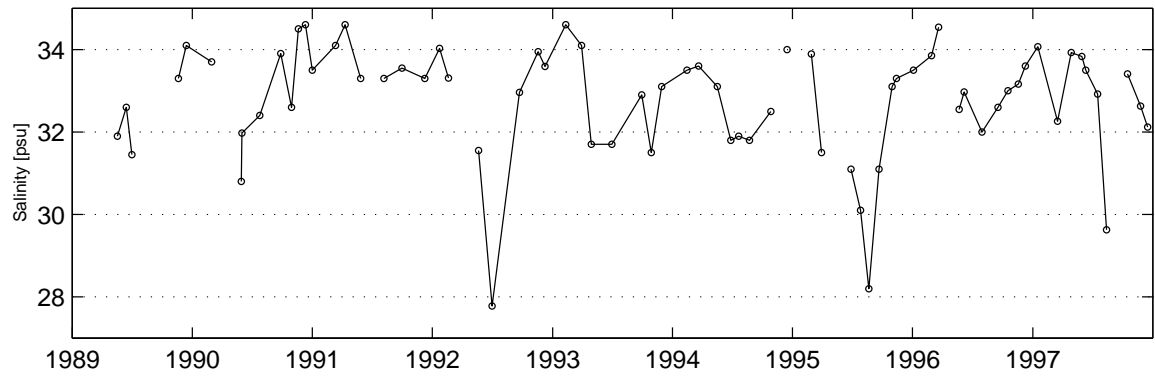
I virkeligheden er det nok mest Centralt Nordsøvand (CNSW), der kommer ind i Skagerrak langs Danmarks vestkyst, men da dets indhold af NO_x og salinitet ligger mellem AW og SNSW fanges andelen af disse vandtyper. Dette er naturligvis et kompromis man må gøre, da det er svært at finde nok konservative sporstoffer.

D.2 Rå data

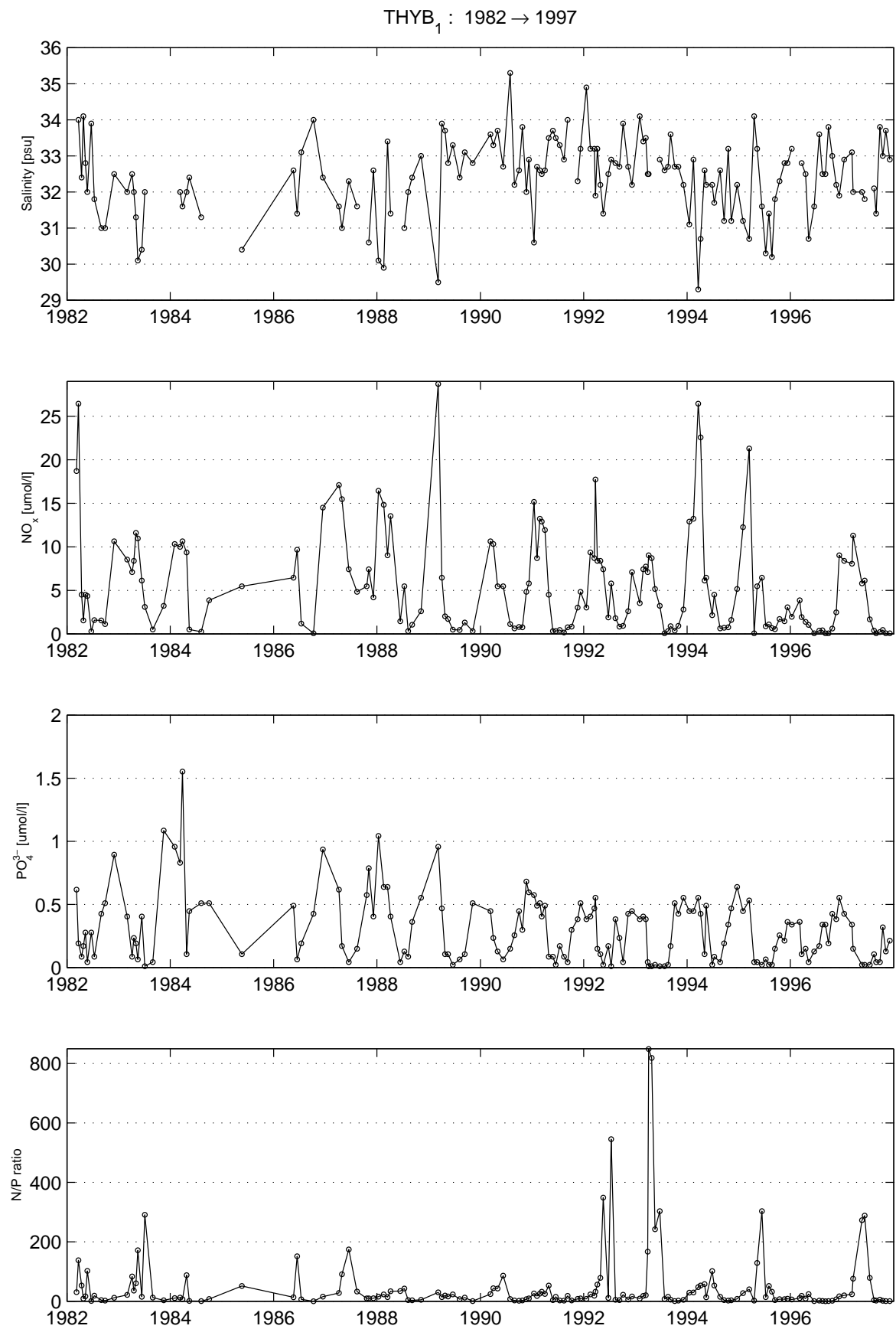


D.2

HANS₁ : 1989 → 1997

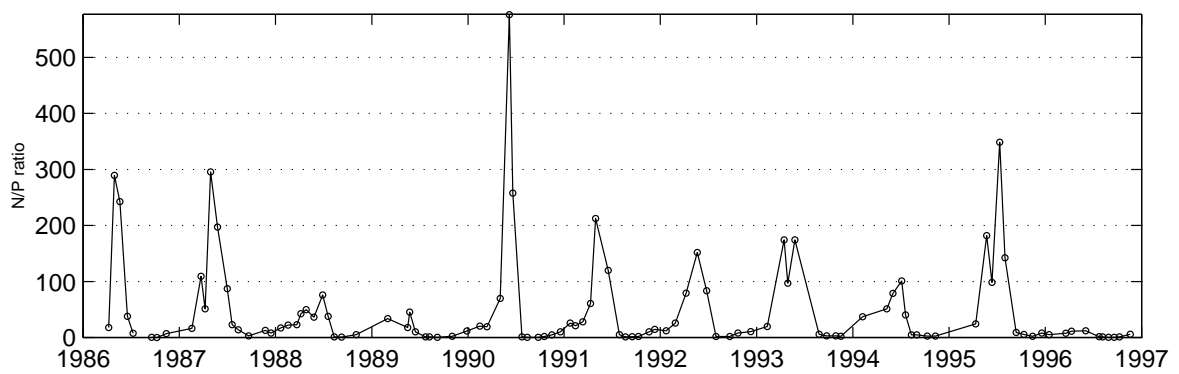
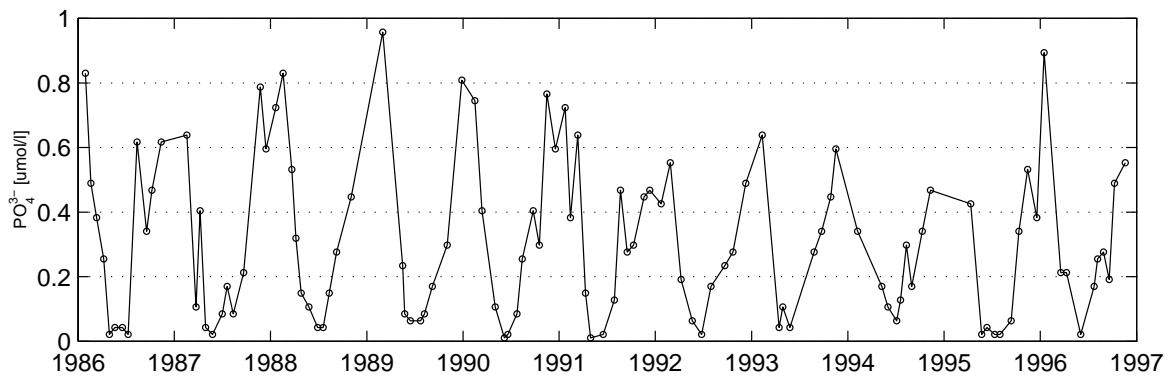
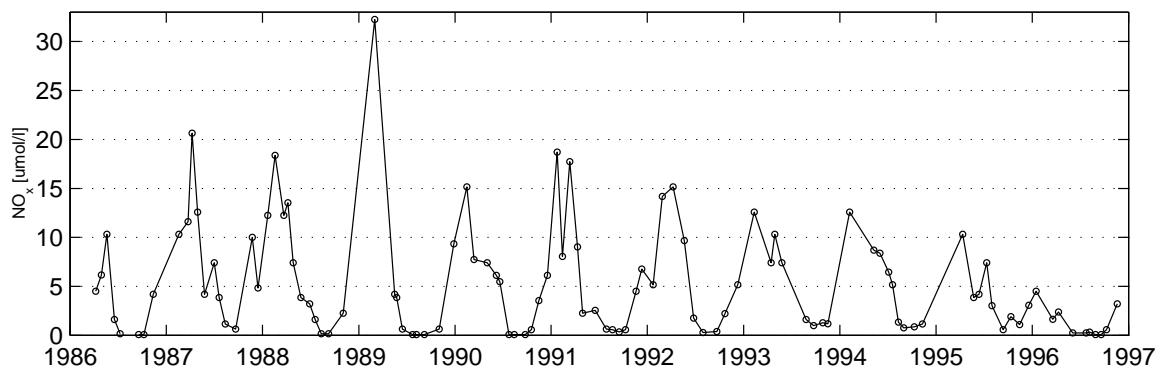
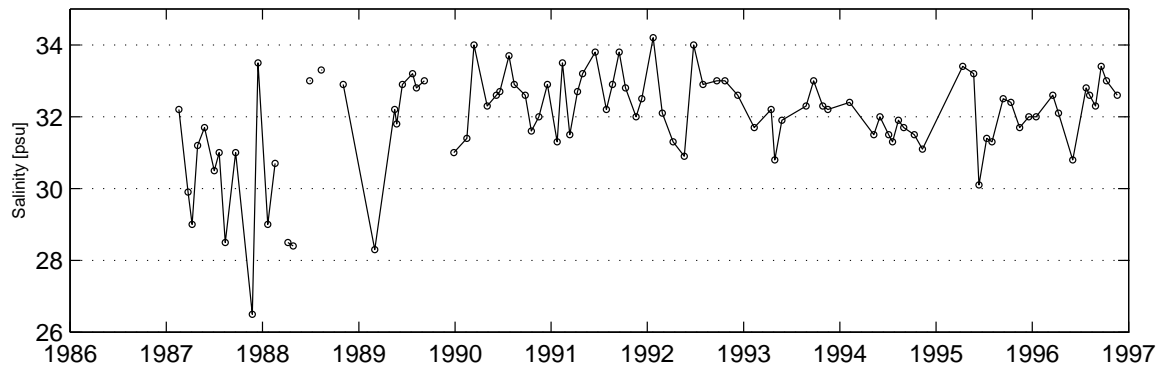


D.2

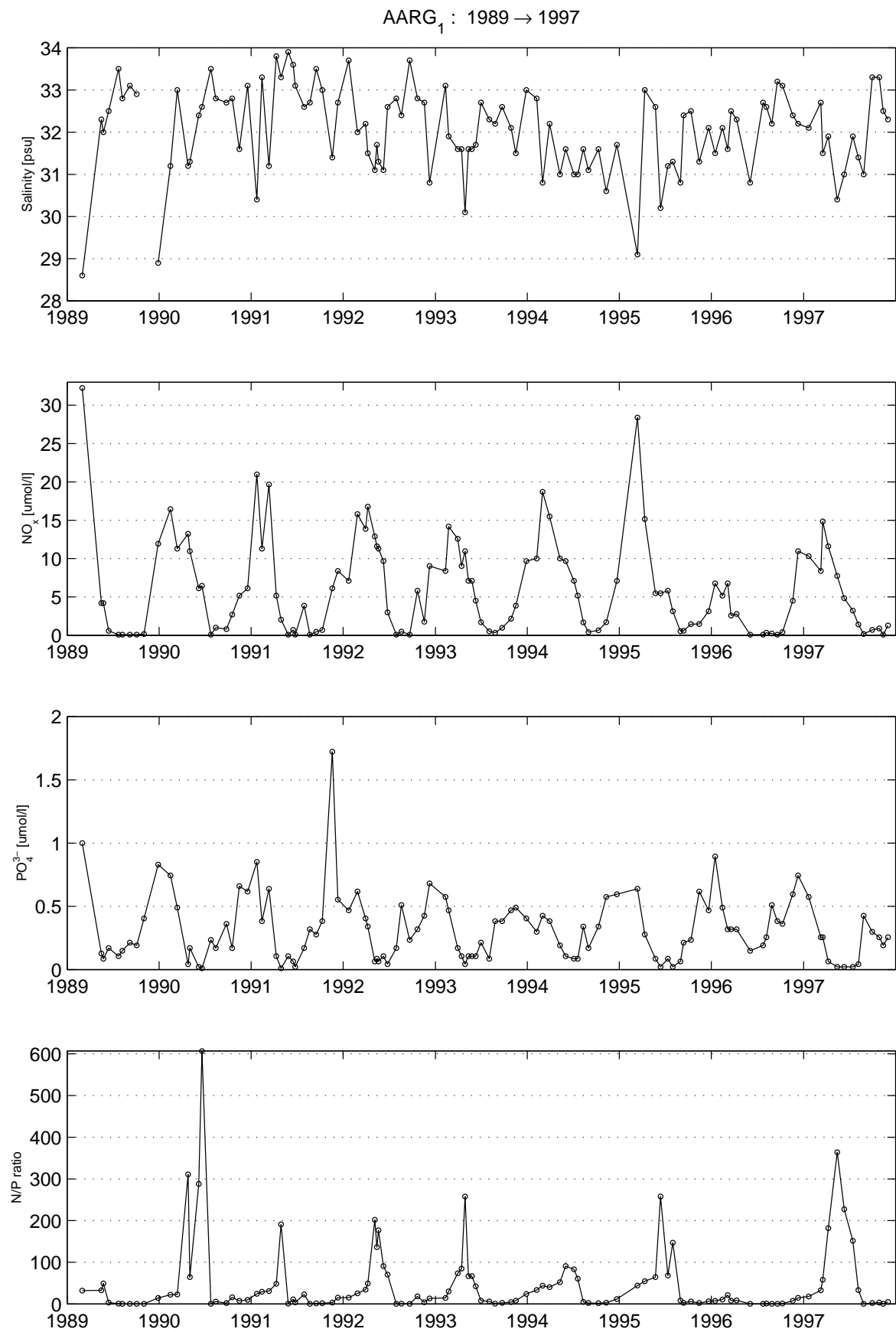


D.2

HOV₁ : 1986 → 1996

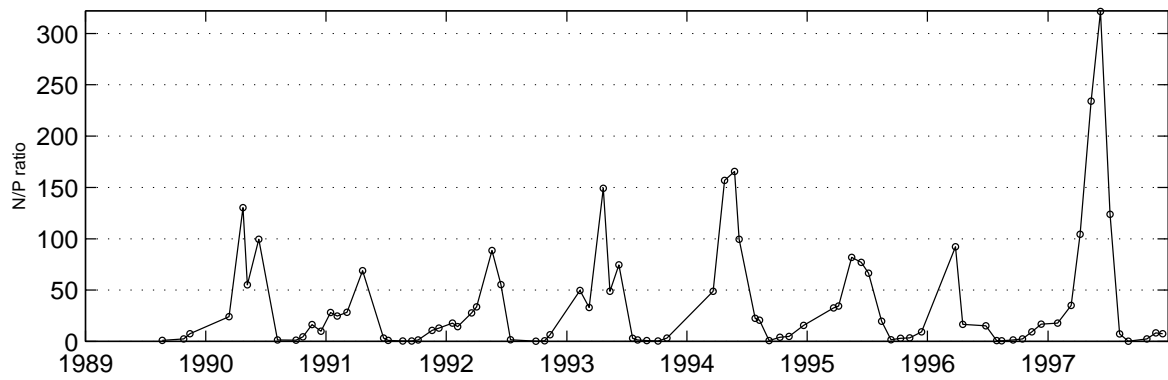
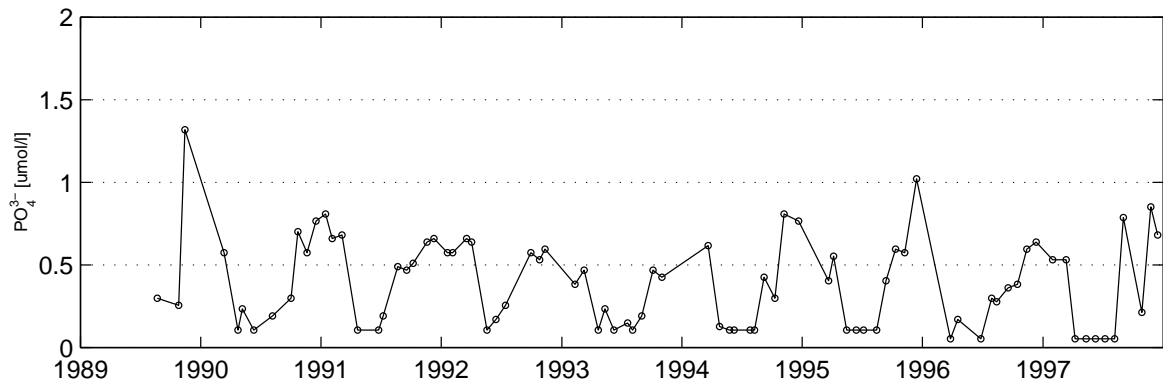
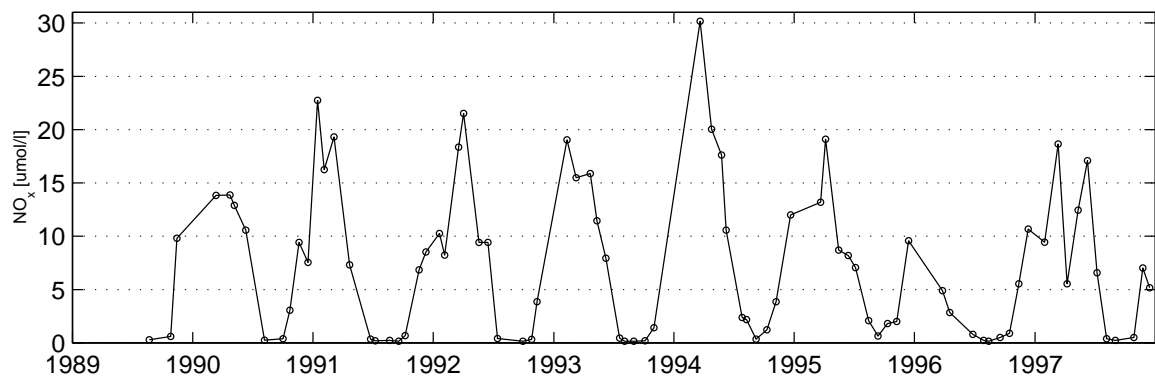
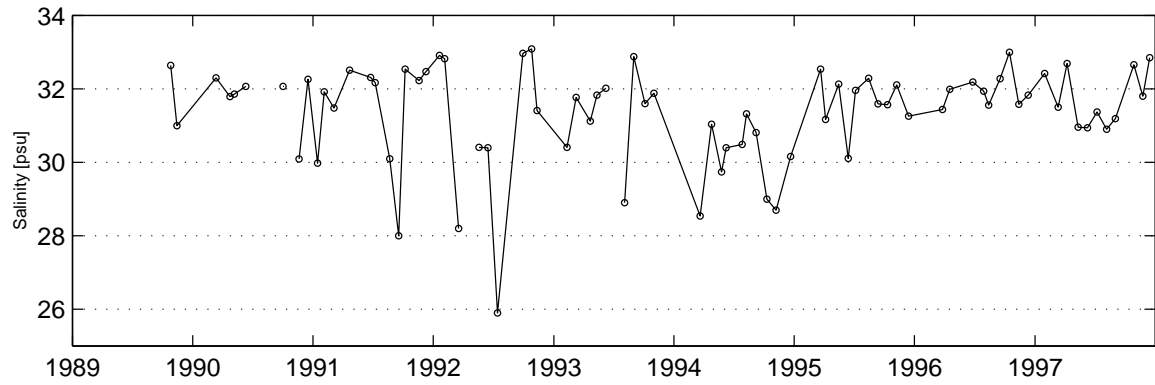


D.2

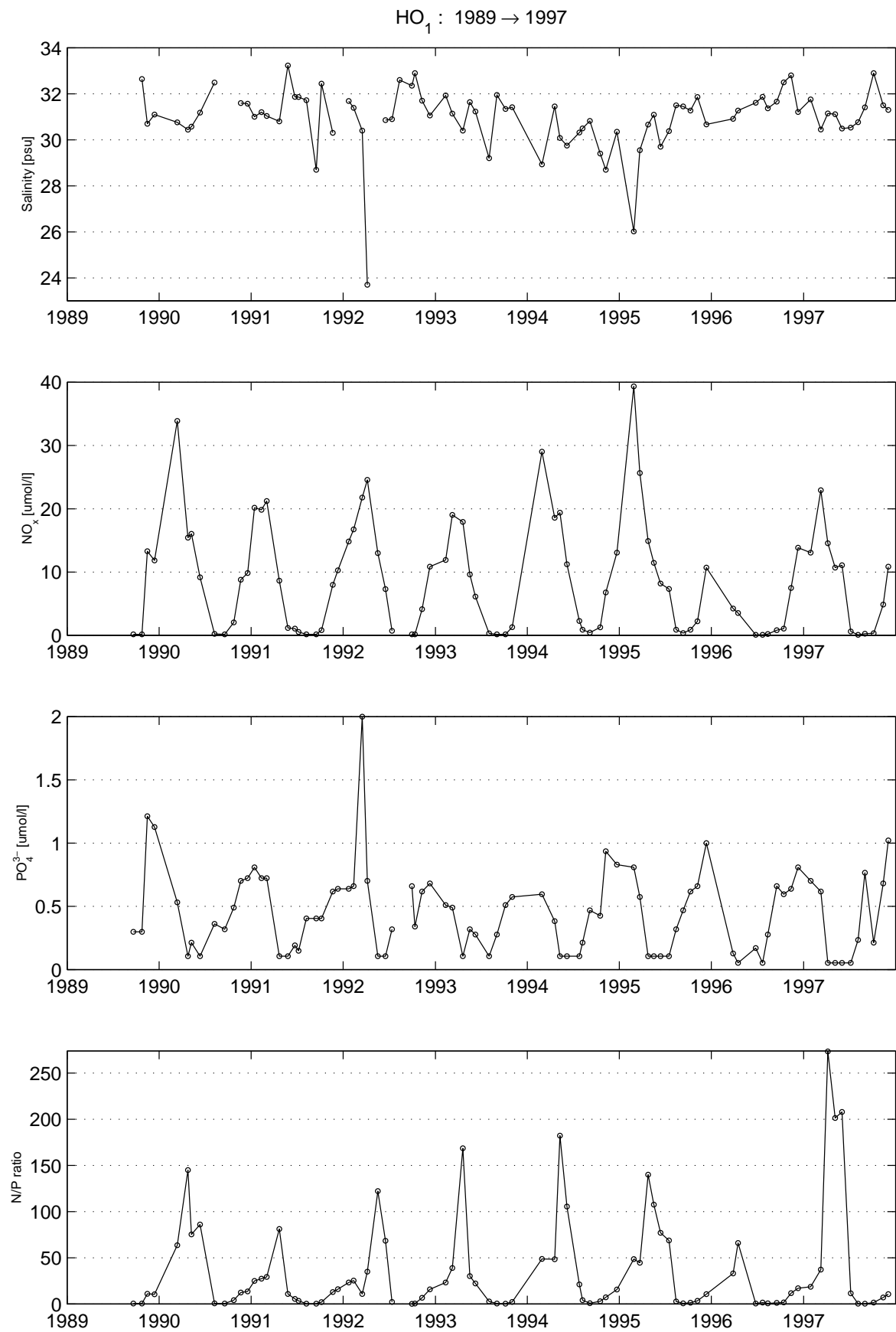


D.2

BLAA₁ : 1989 → 1997

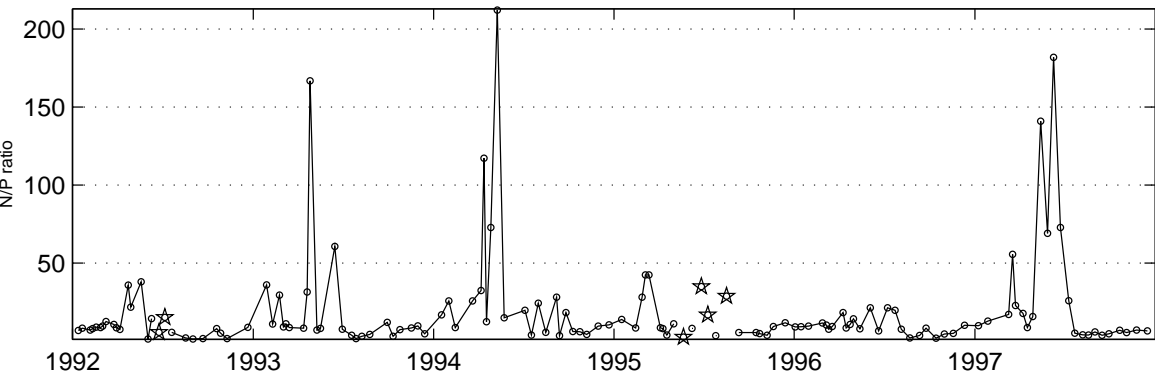
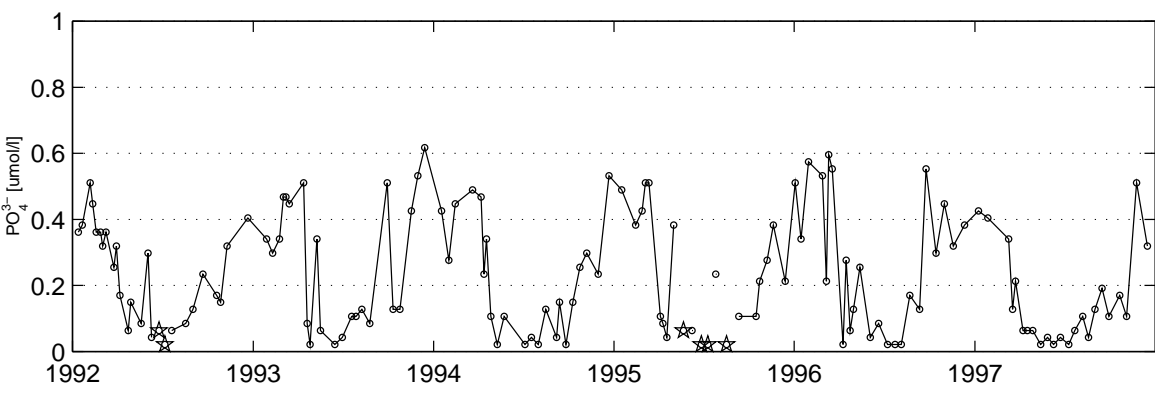
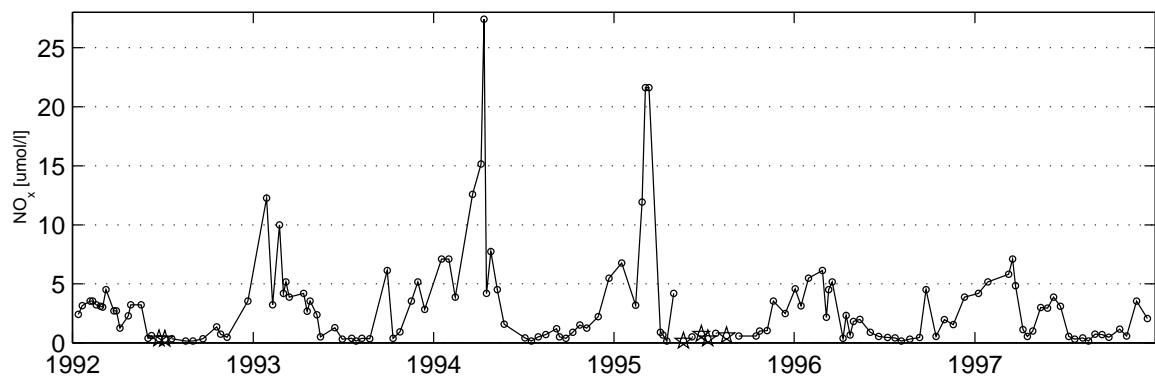
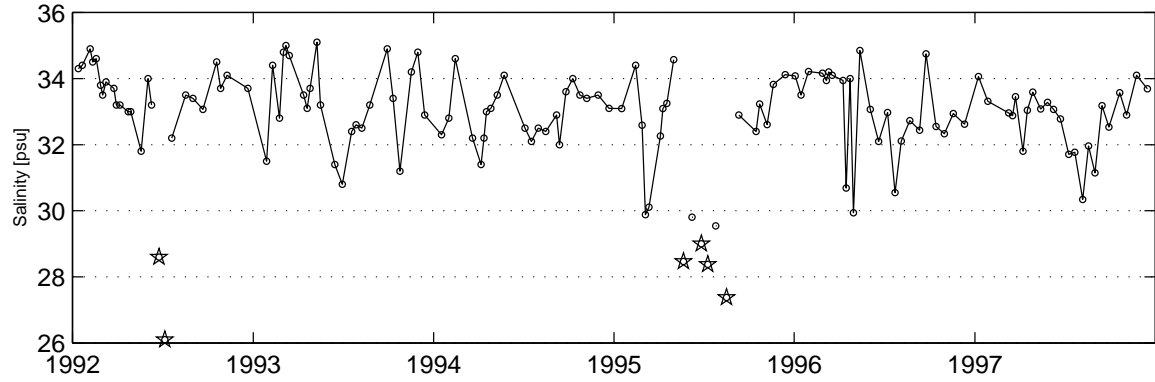


D.2

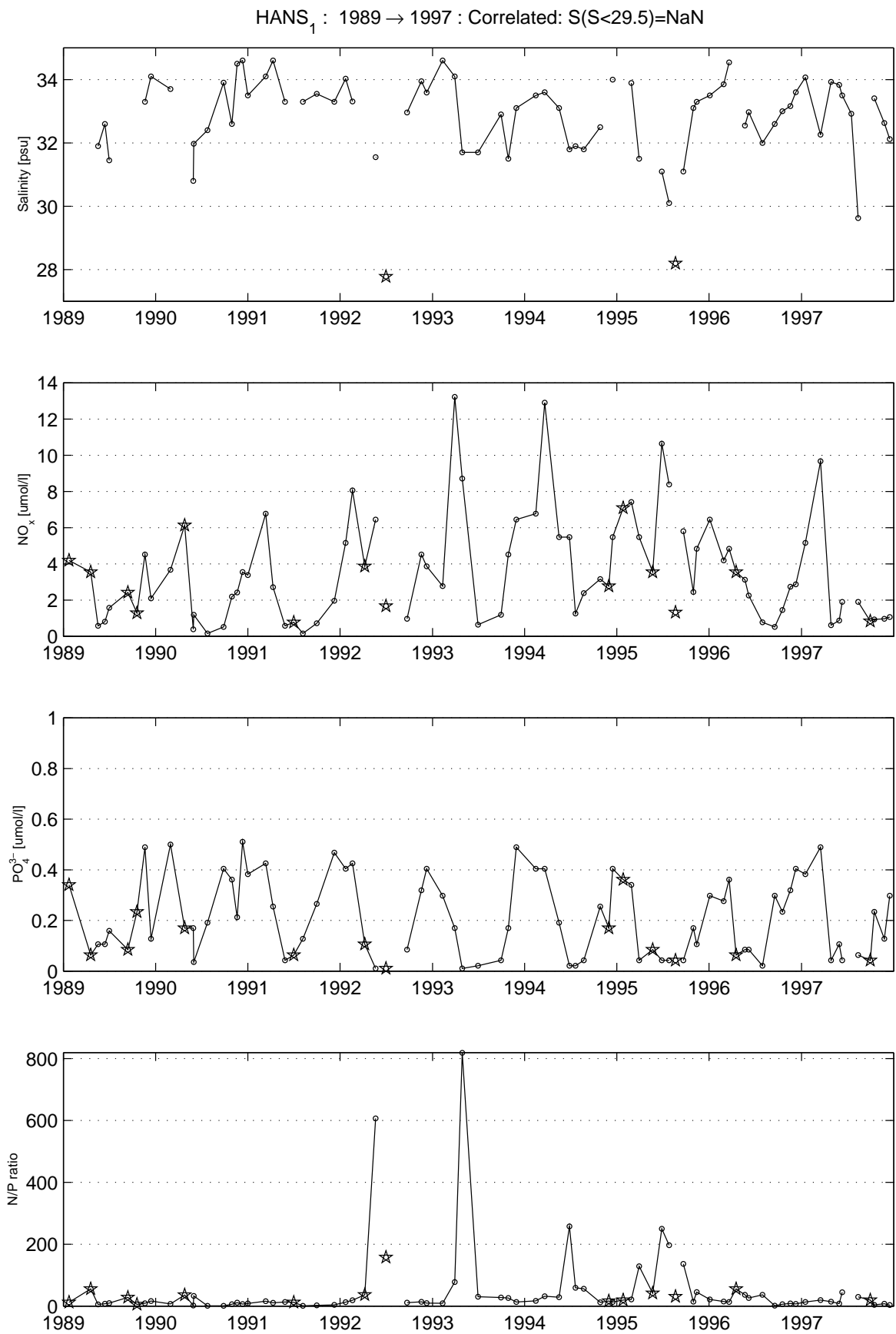


D.3 Filtrerede data

HIRT₁ : 1992 → 1997 : Correlated: S(S<29.5)=NaN

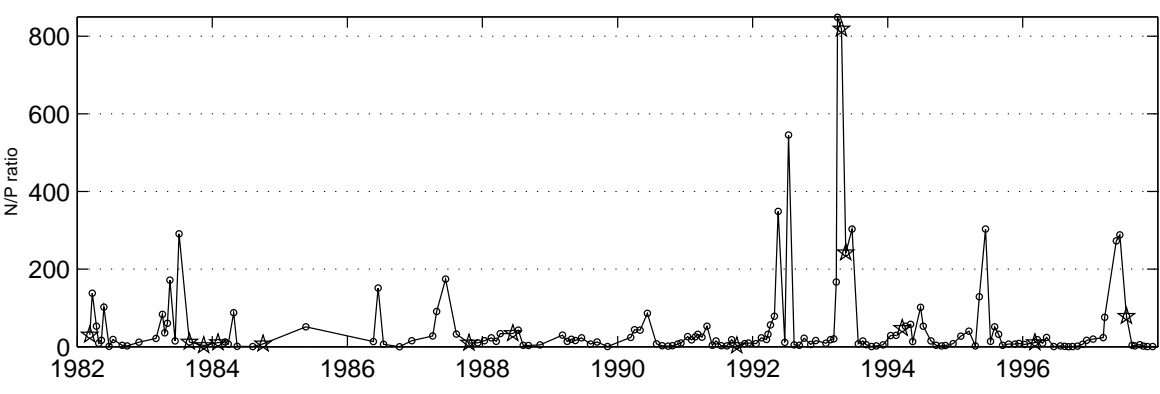
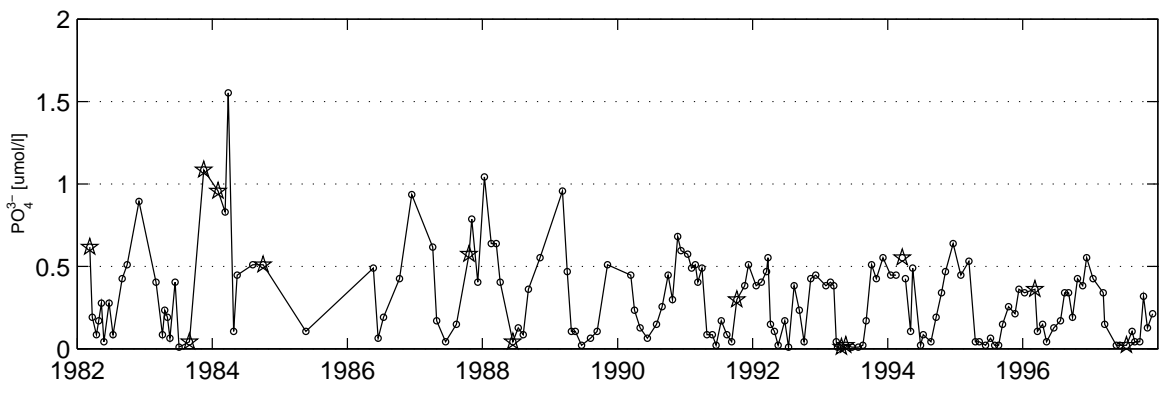
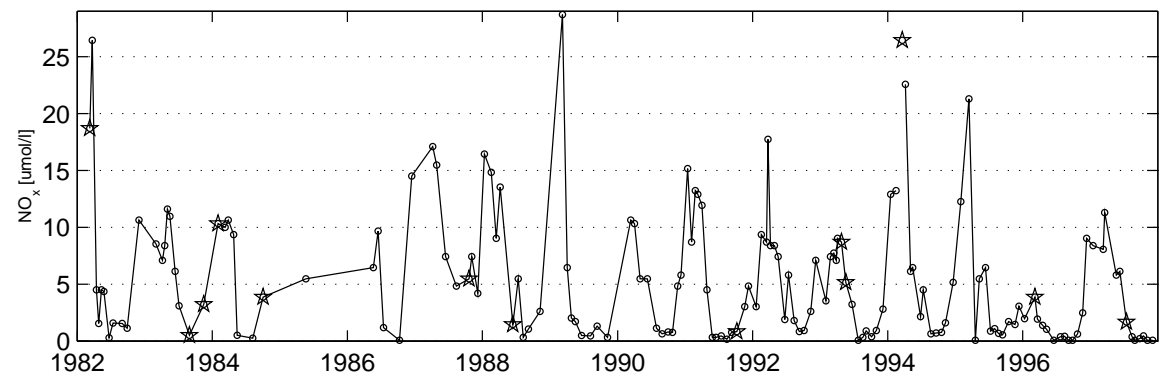
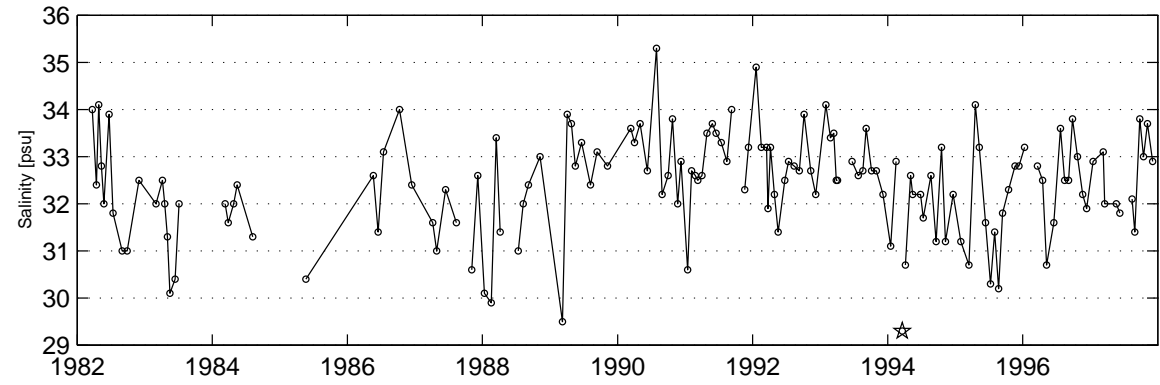


D.3



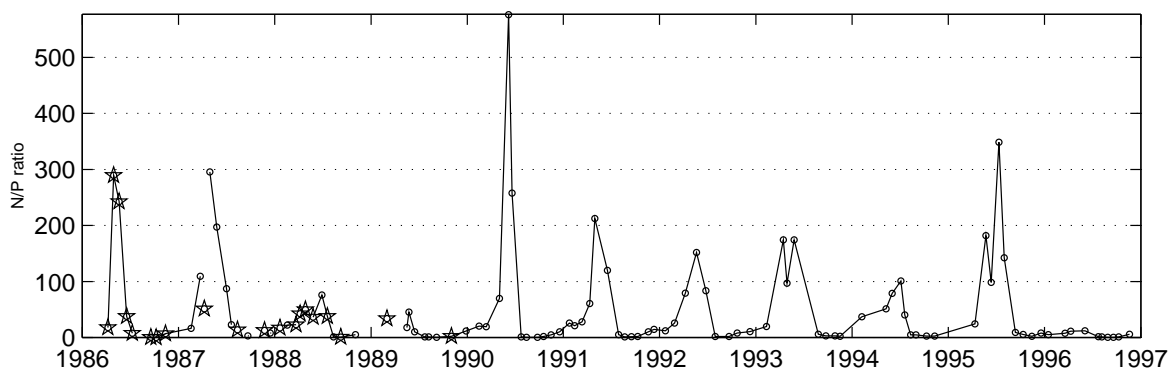
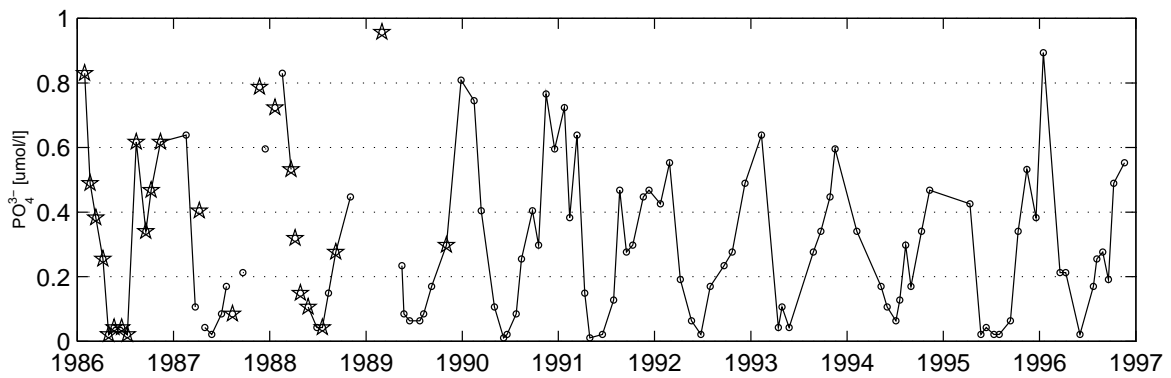
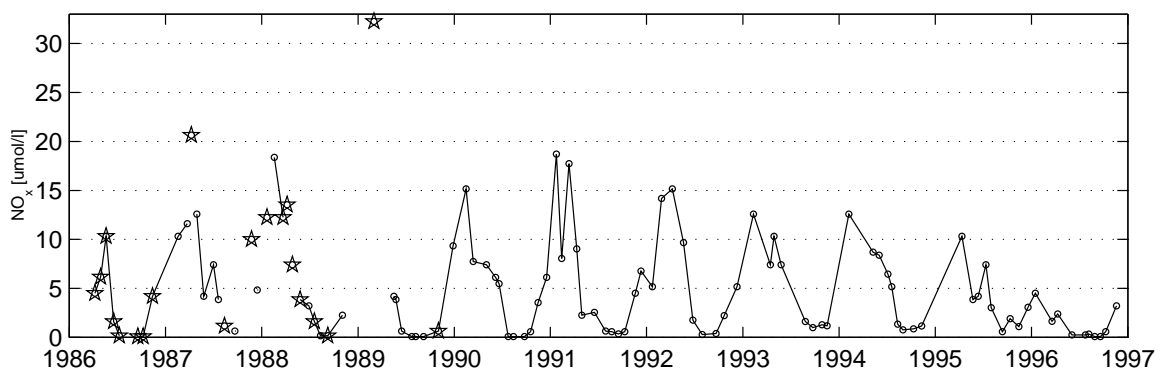
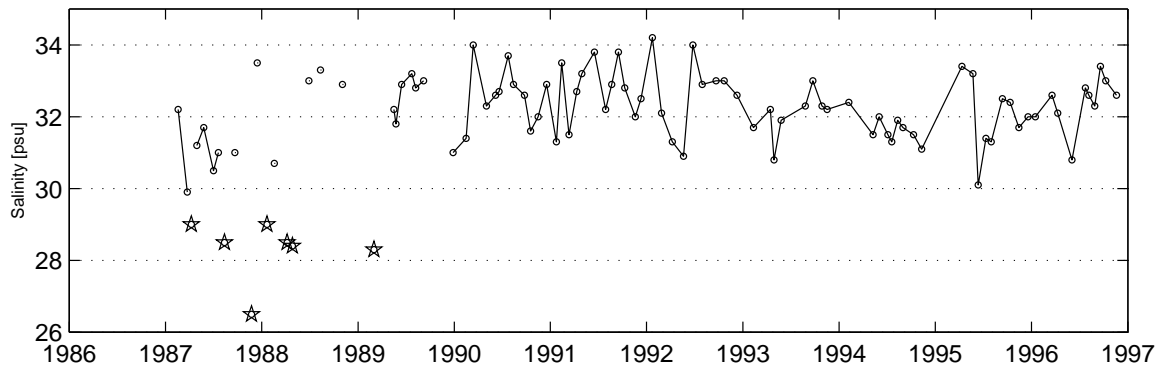
D.3

THYB₁ : 1982 → 1997 : Correlated: S(S<29.5)=NaN



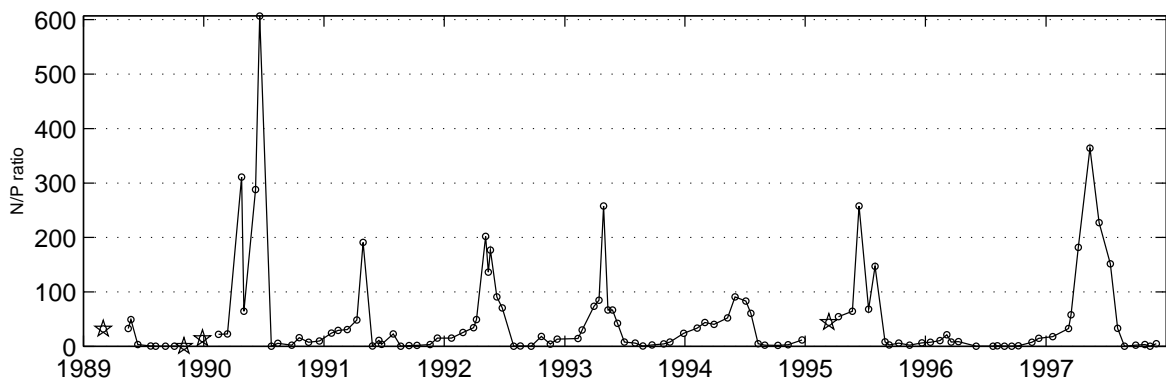
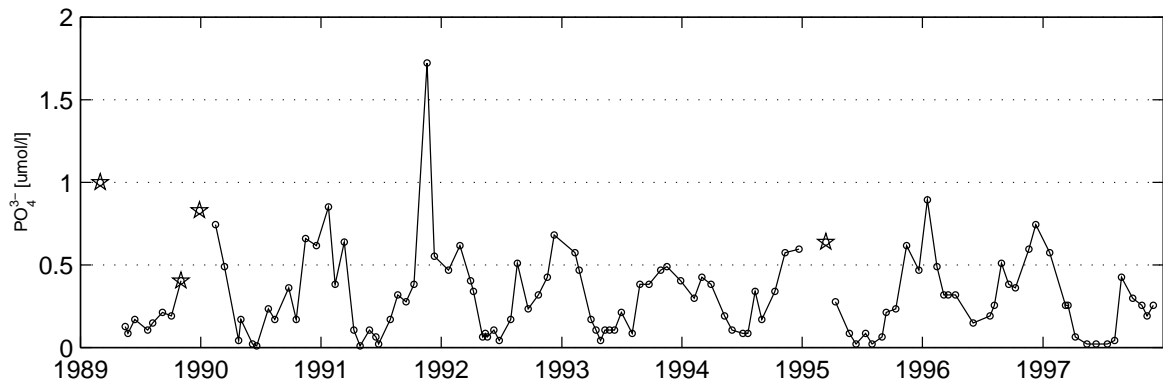
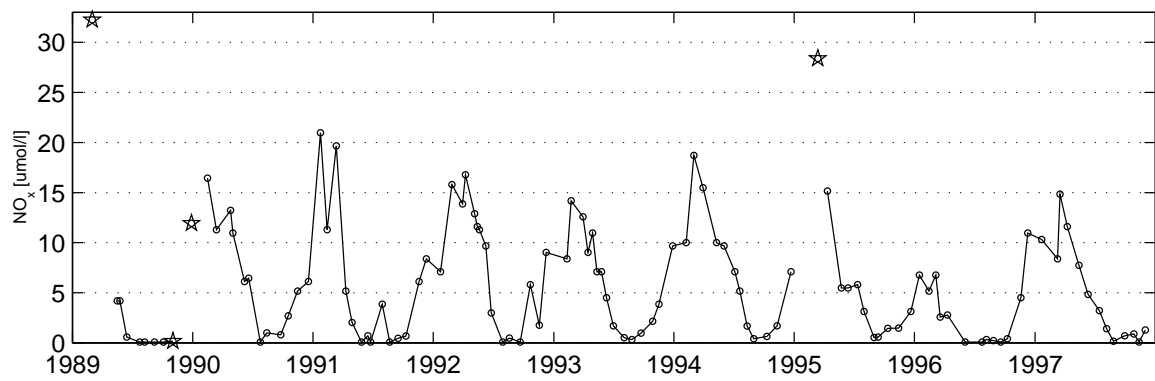
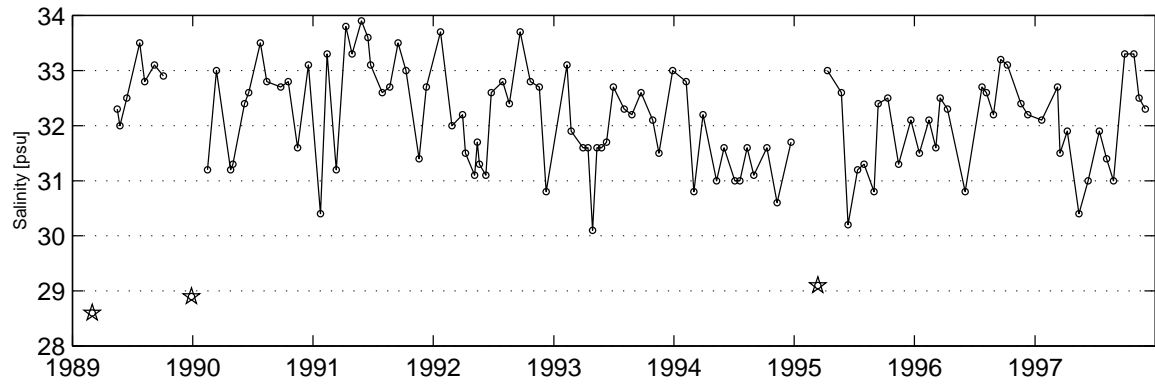
D.3

HOVV₁ : 1986 → 1996 : Correlated: S(S<29.5)=NaN



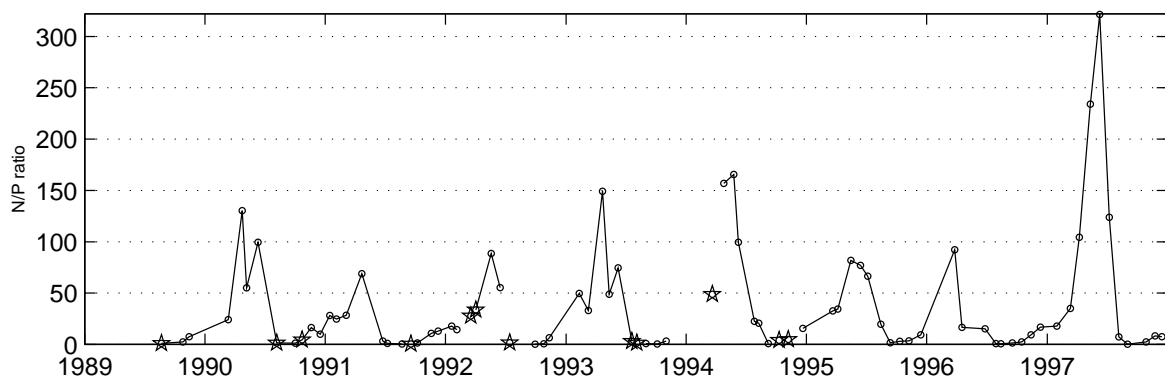
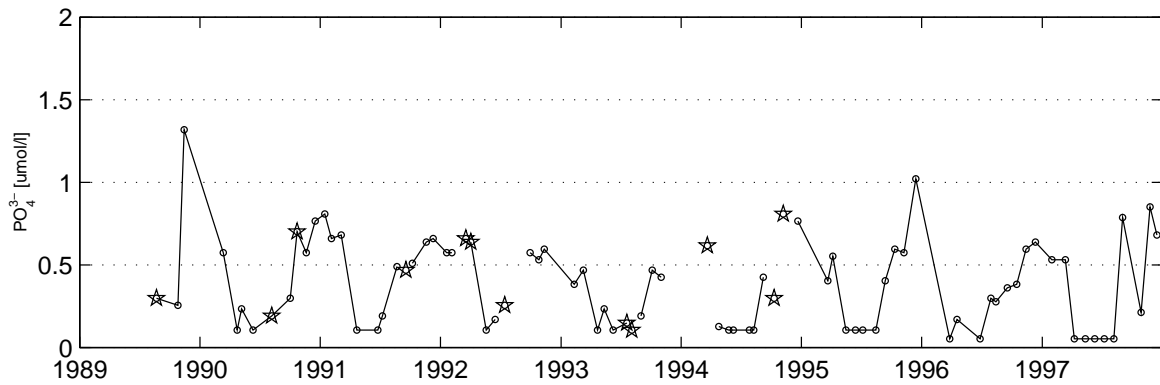
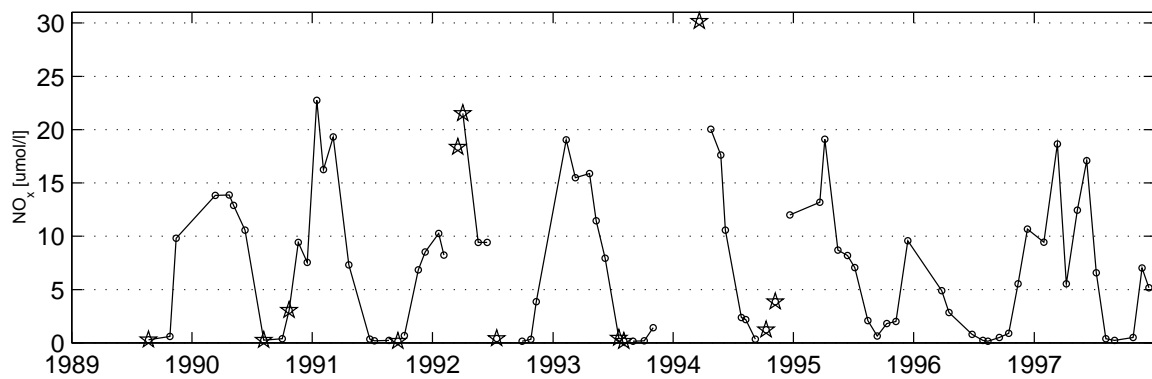
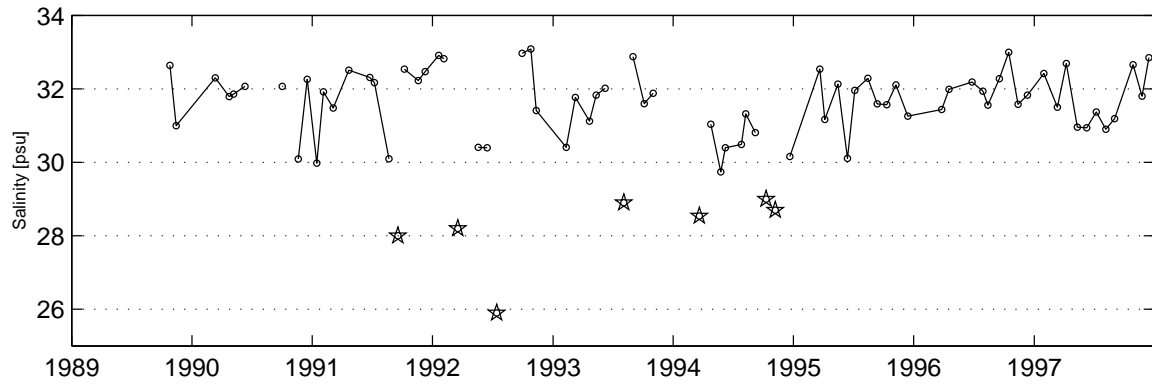
D.3

AARG₁ : 1989 → 1997 : Correlated: S(S<29.5)=NaN



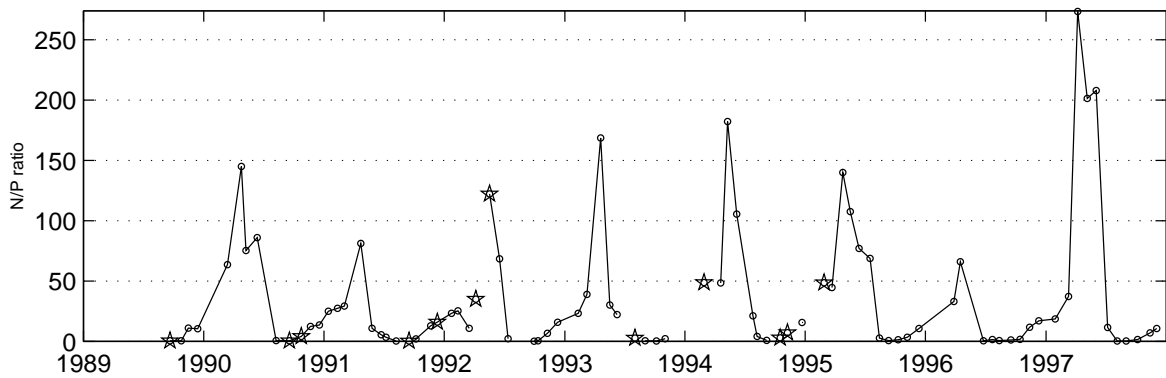
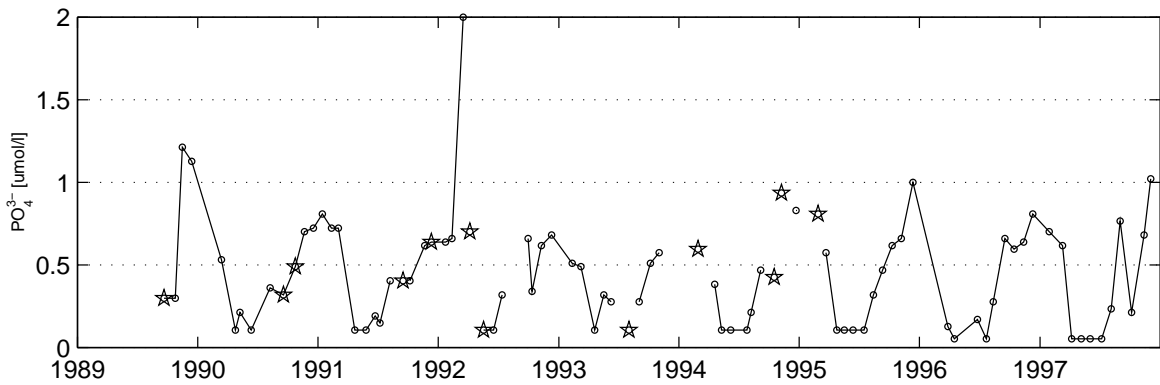
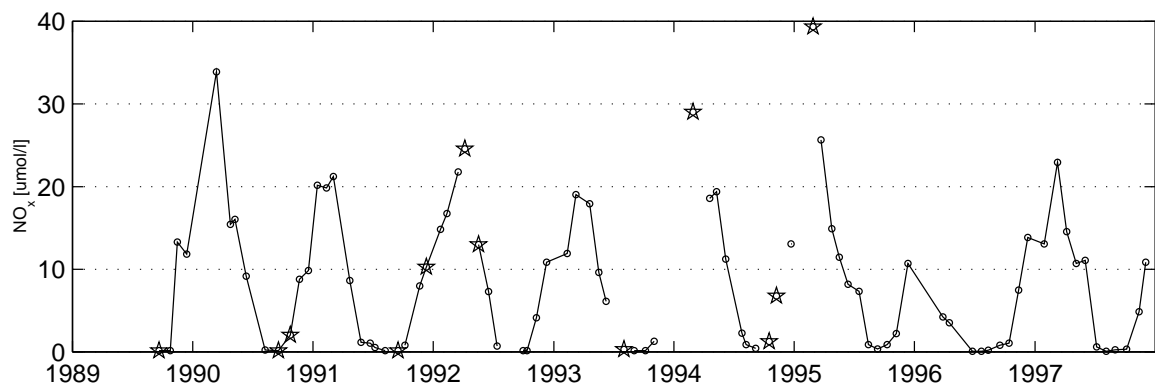
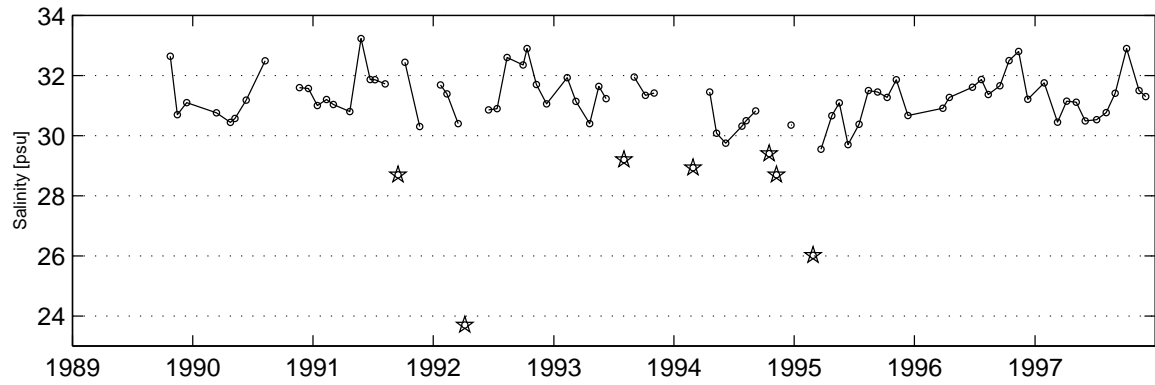
D.3

BLAA₁ : 1989 → 1997 : Correlated: S(S<29.5)=NaN

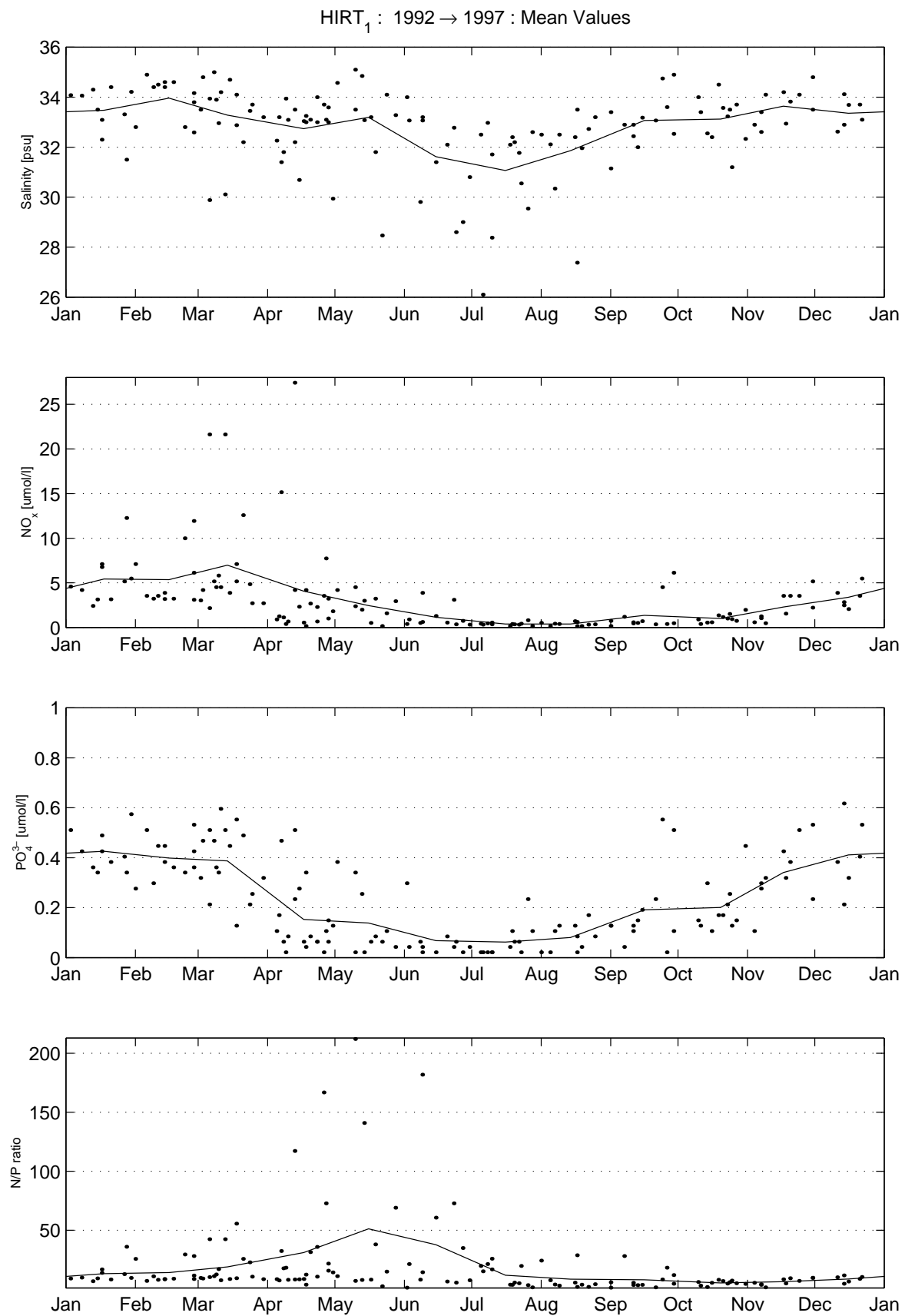


D.3

HO₁ : 1989 → 1997 : Correlated: S(S<29.5)=NaN

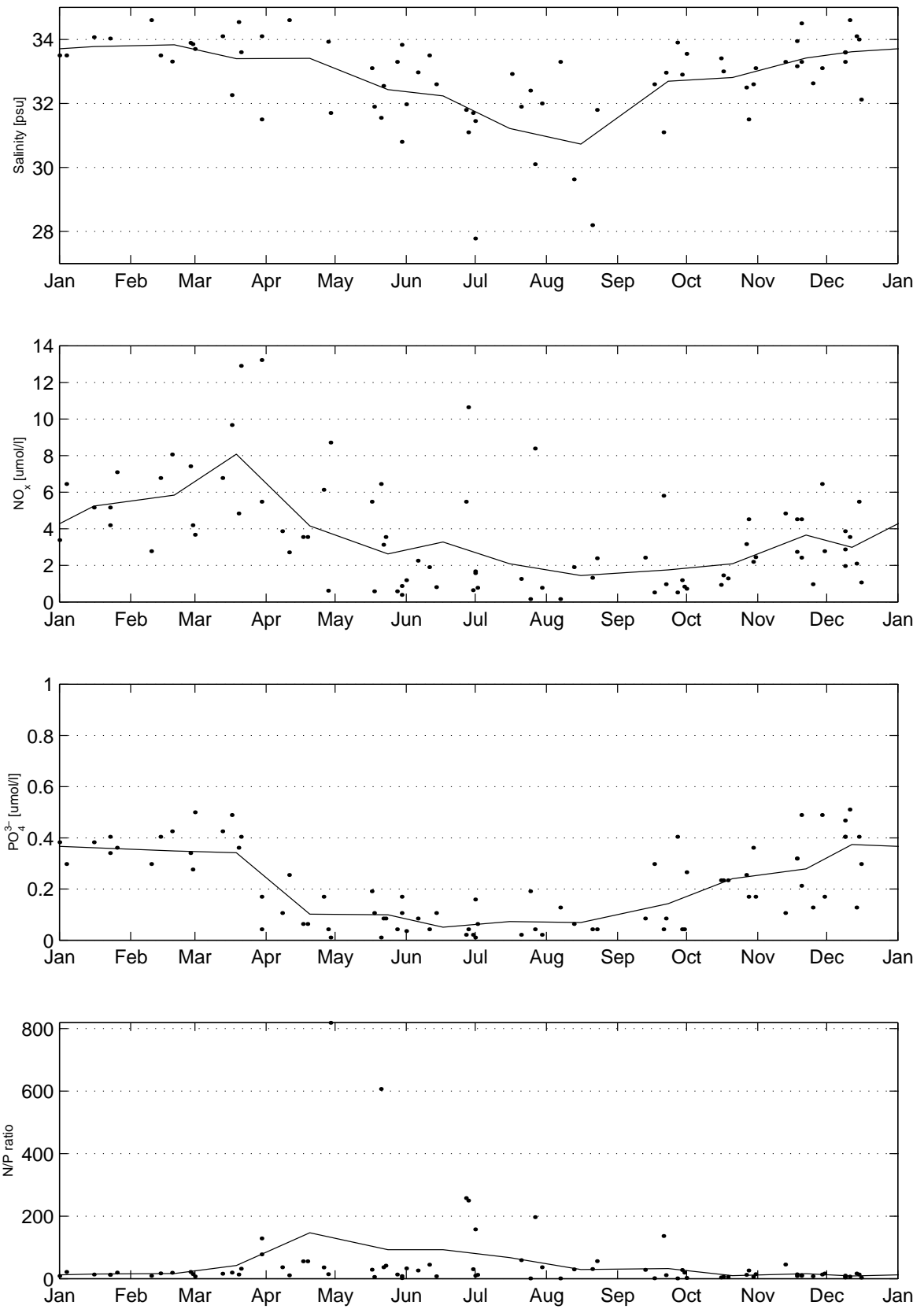


D.4 Middelgrafer af de rå data

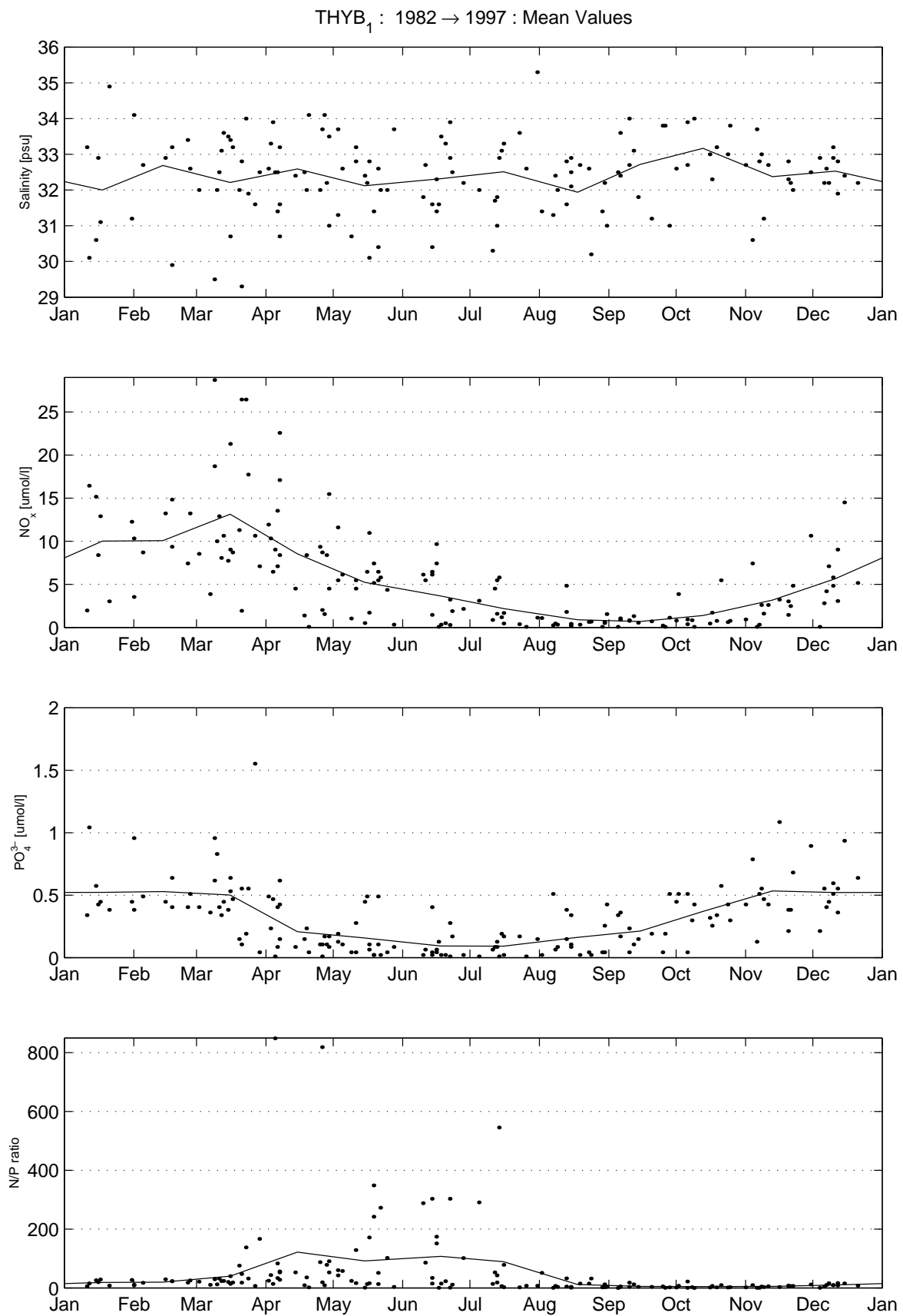


D.4

HANS₁ : 1989 → 1997 : Mean Values

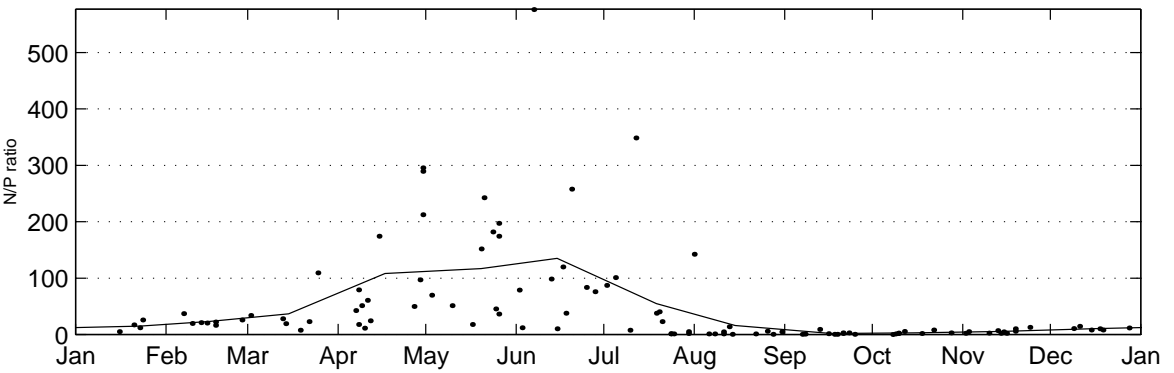
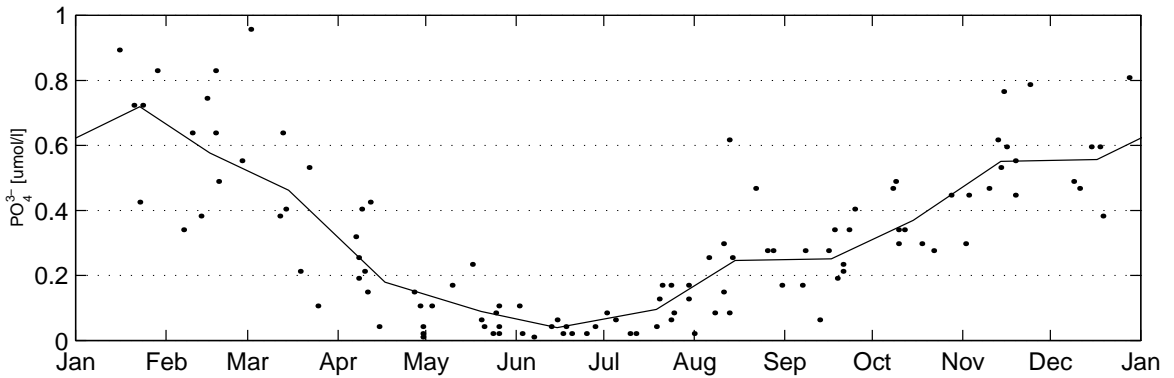
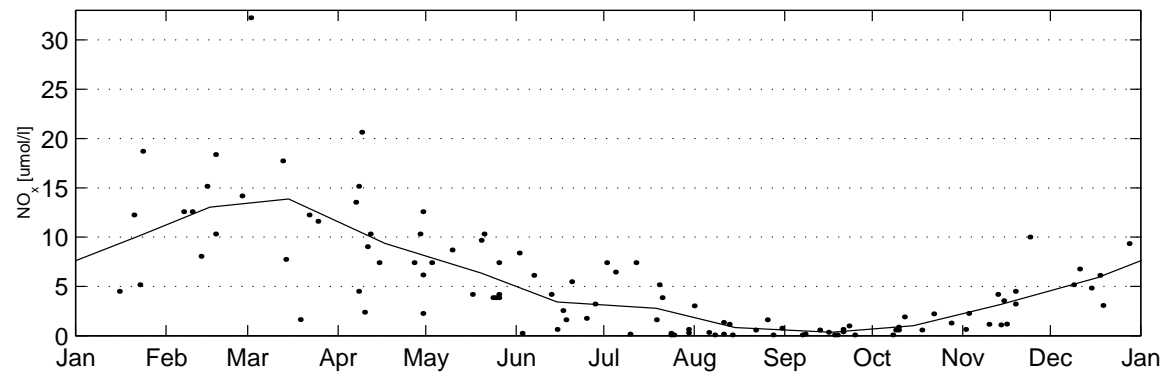
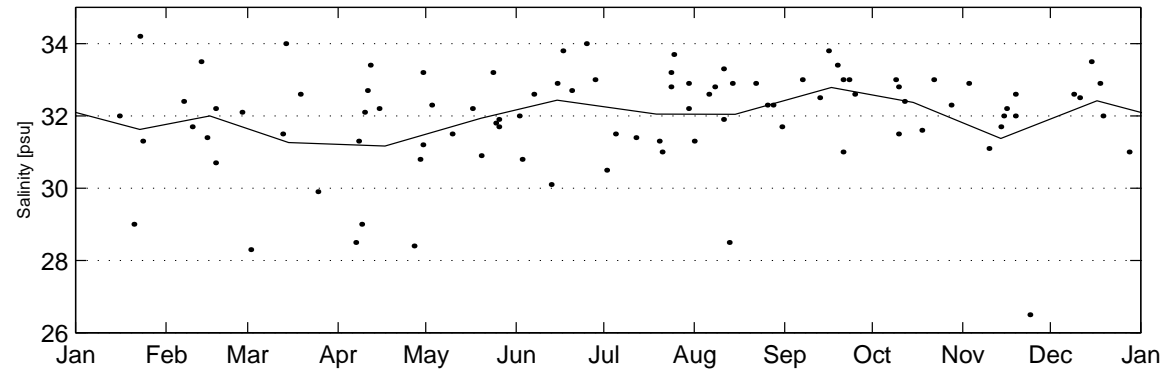


D.4

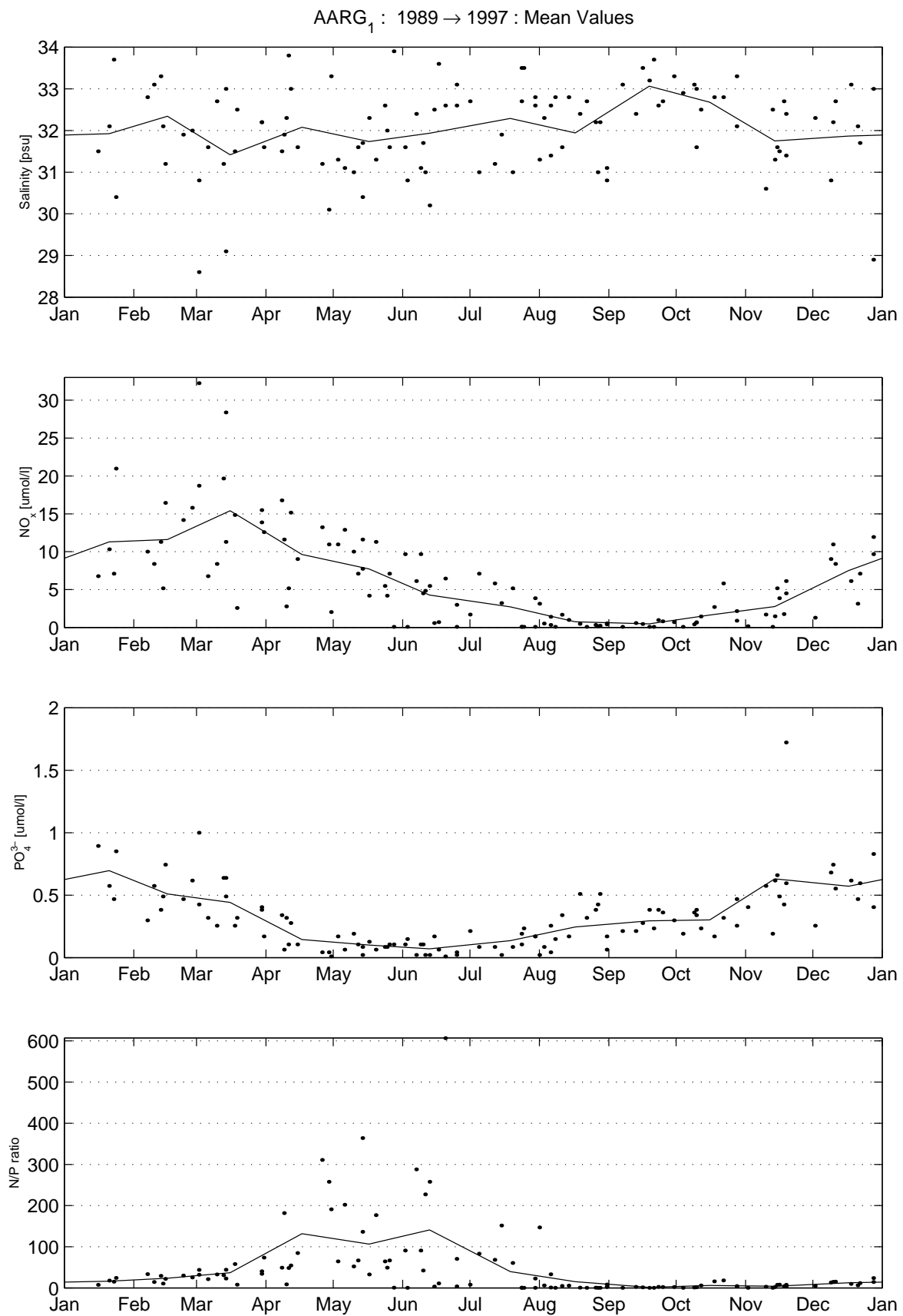


D.4

HOVV₁ : 1986 → 1996 : Mean Values

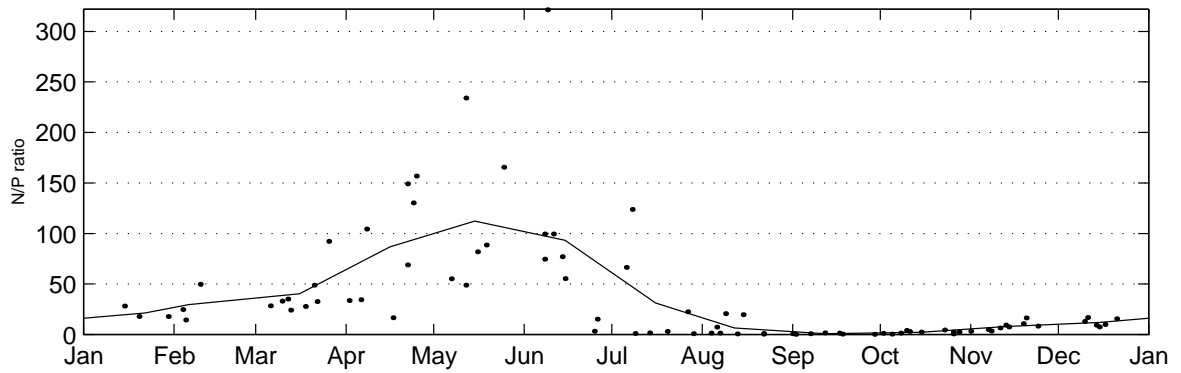
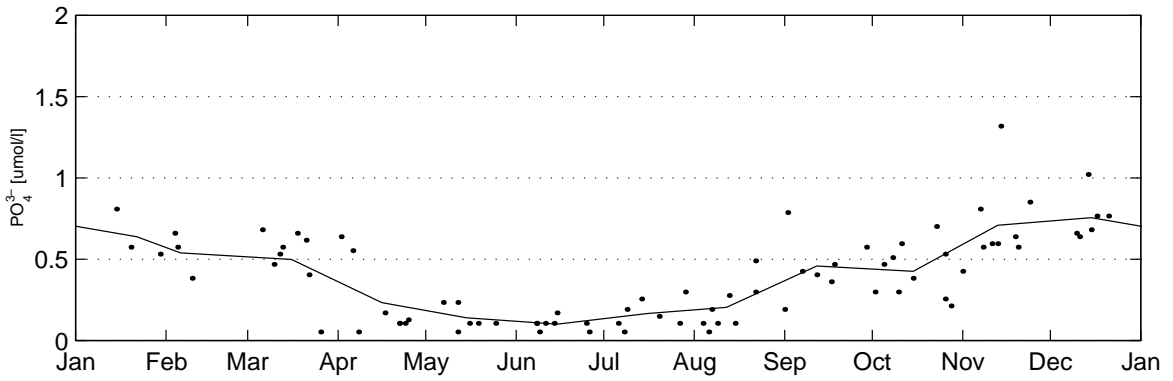
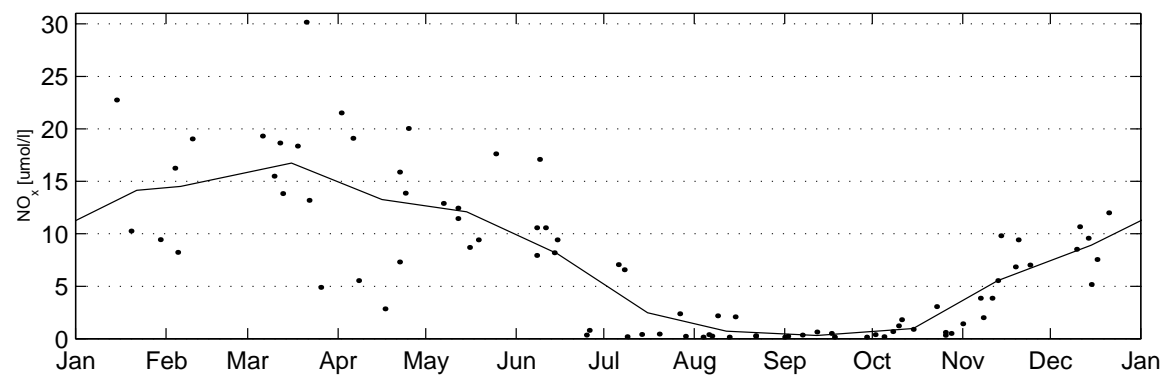
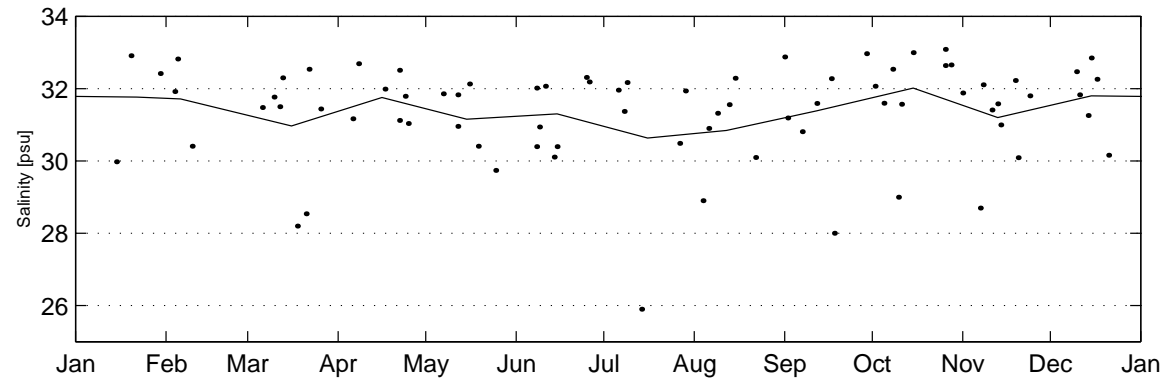


D.4

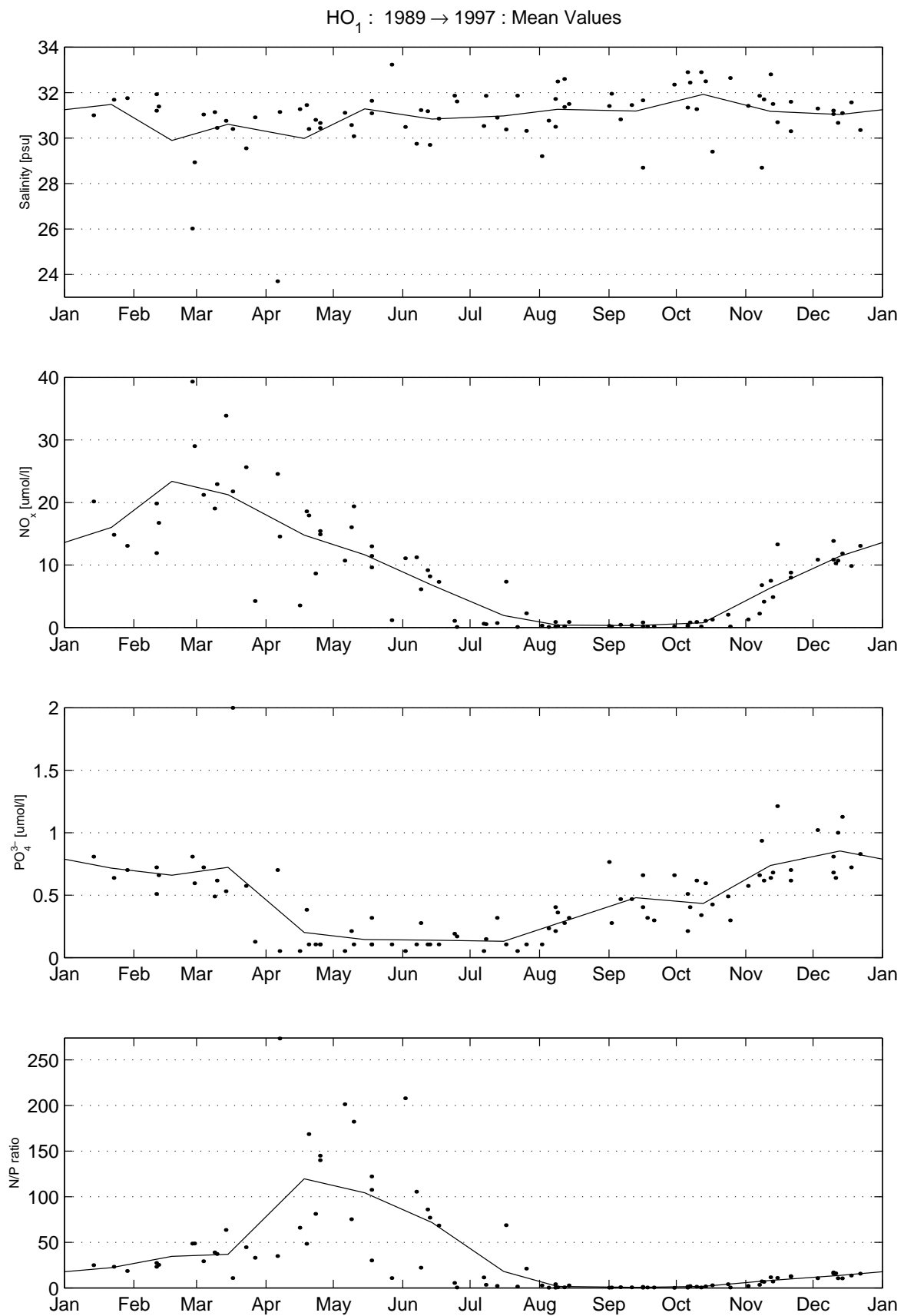


D.4

BLAA₁ : 1989 → 1997 : Mean Values

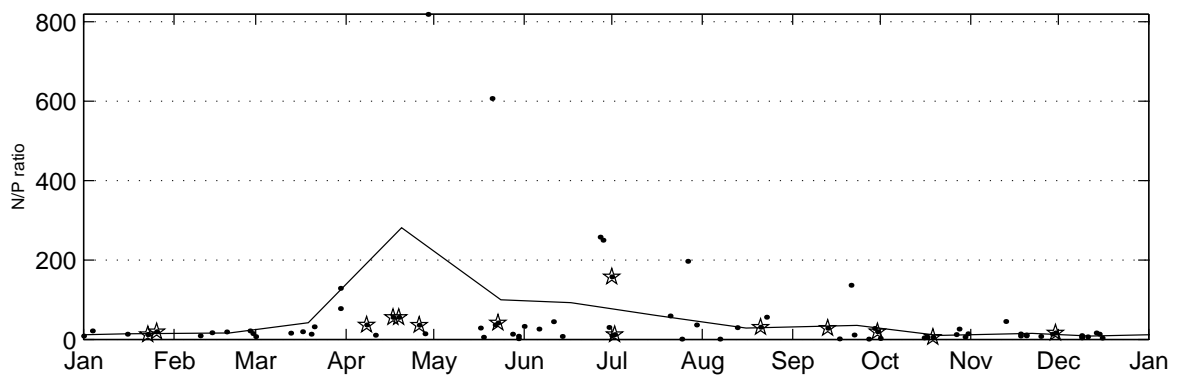
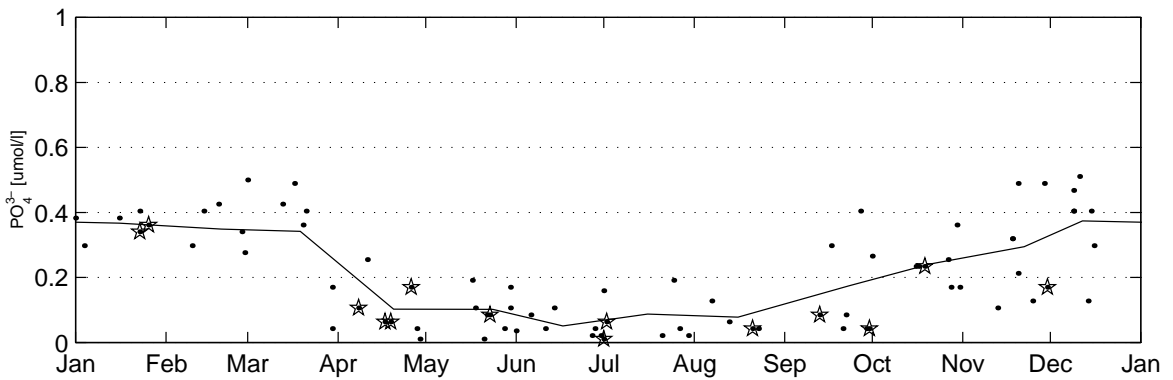
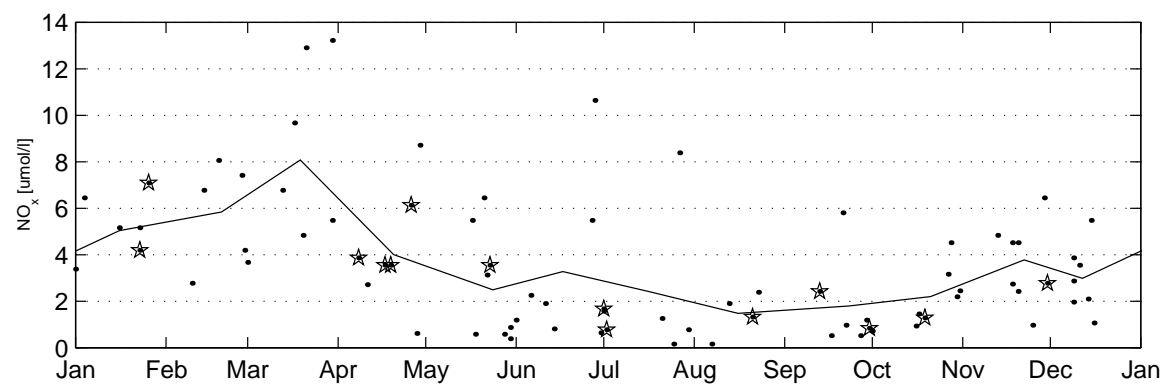
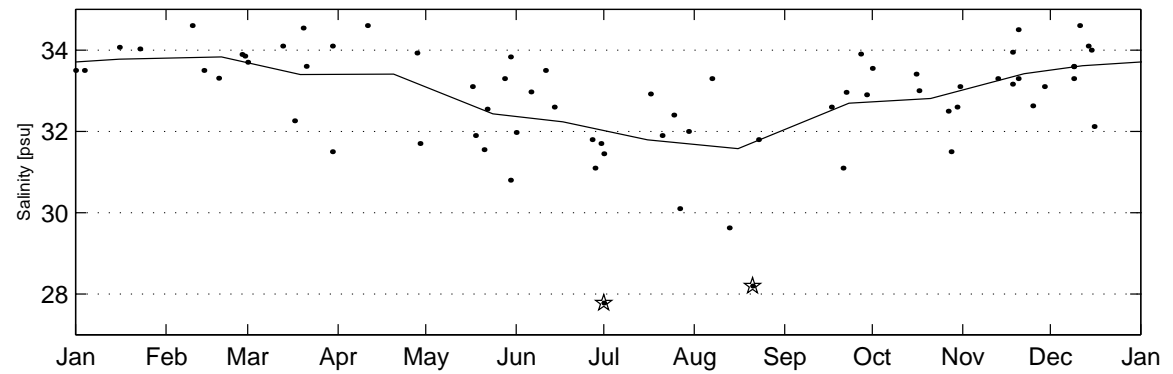


D.4

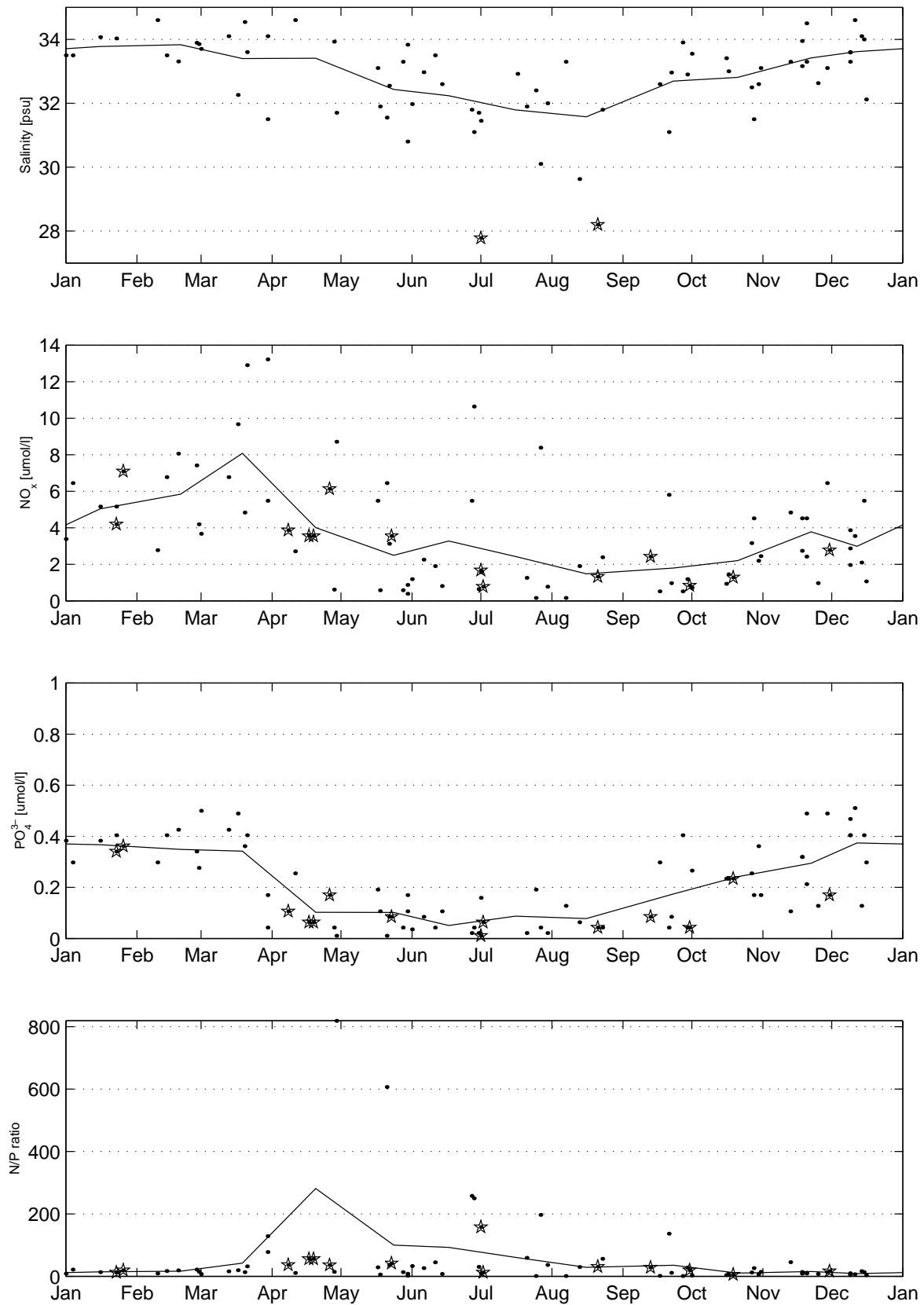


D.5 Middelgrafer af de filtrerede data

HANS₁ : 1989 → 1997 : Mean Values : Correlated: S(S<29.5)=NaN

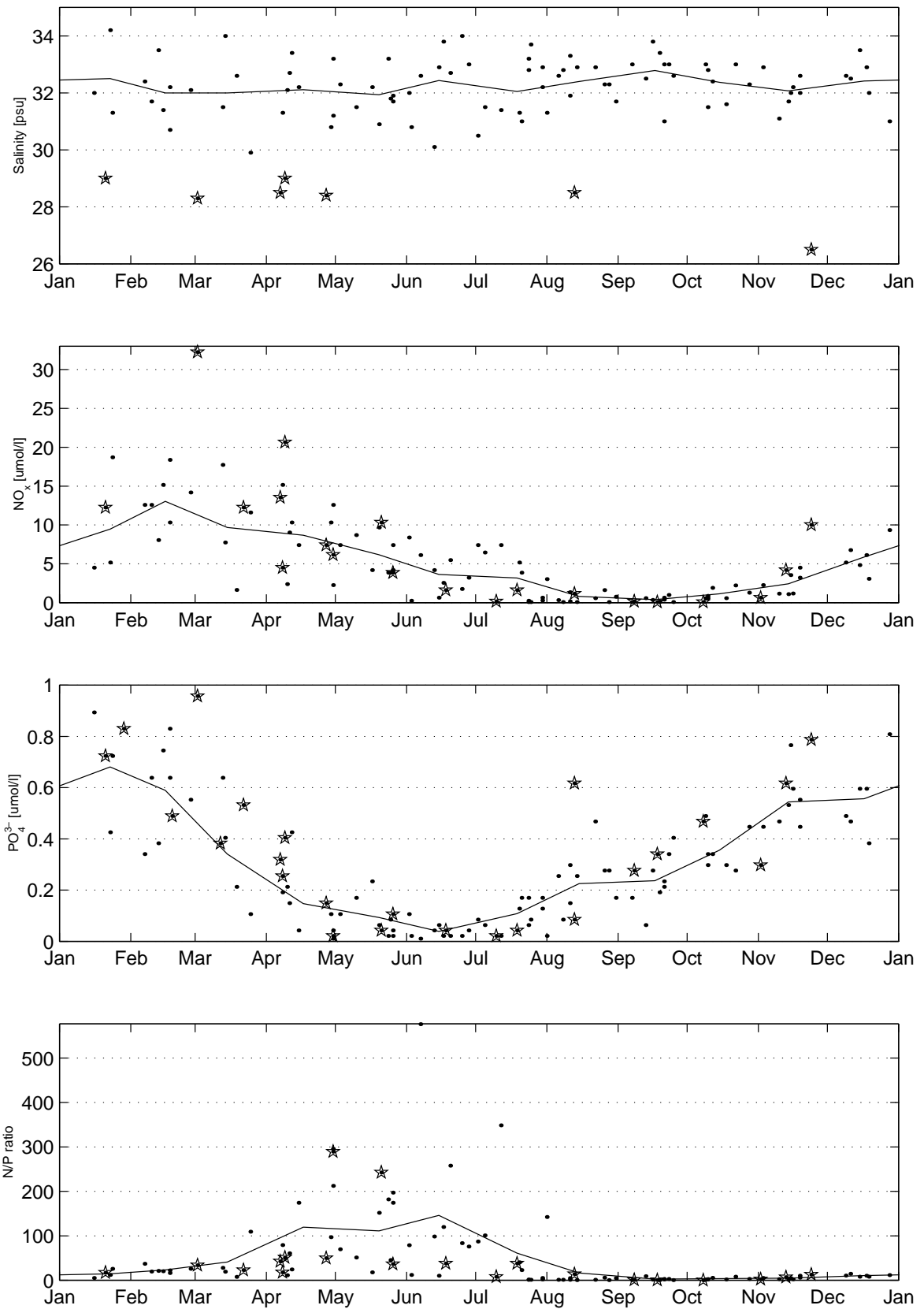


D.5

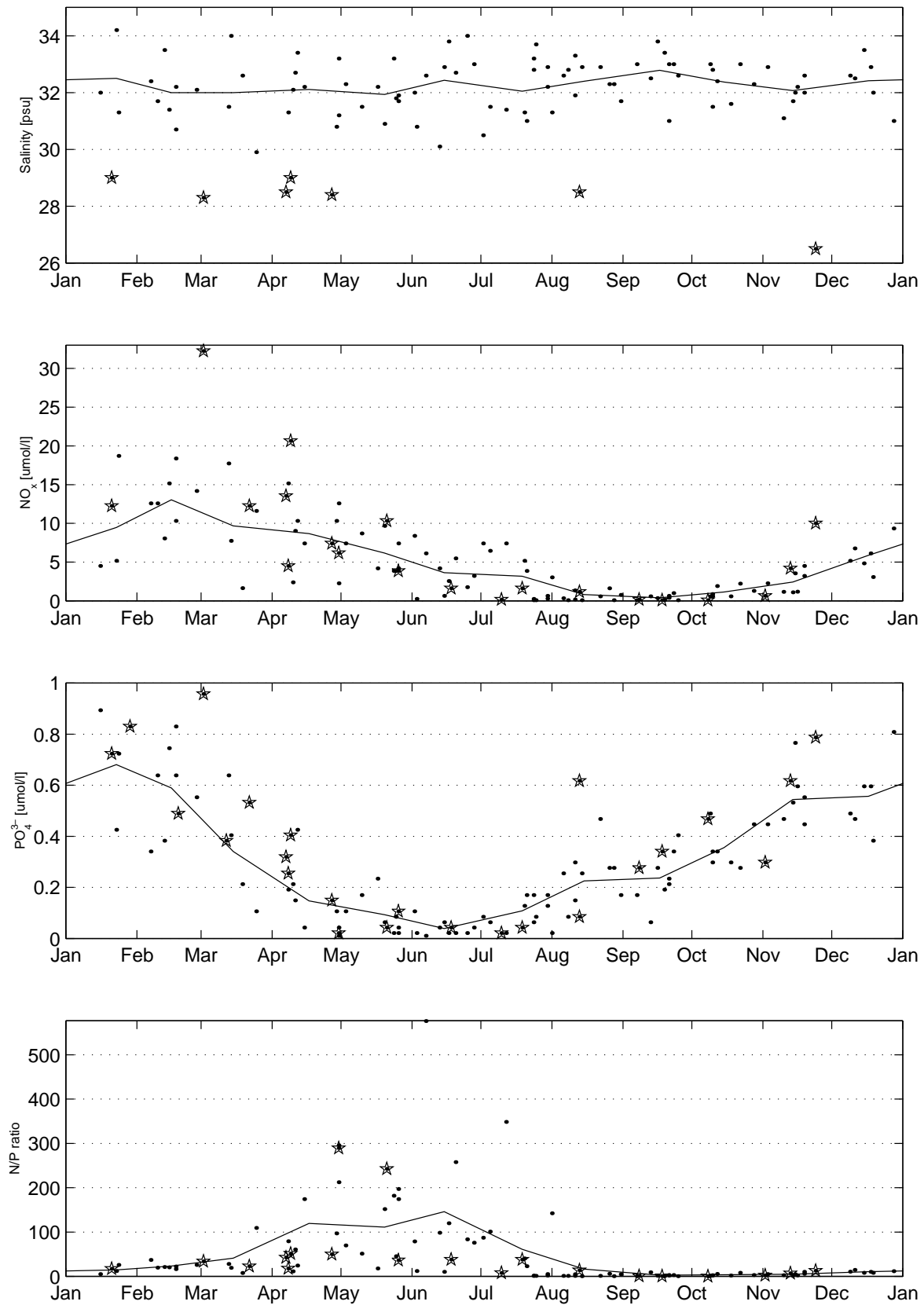
HANS₁ : 1989 → 1997 : Mean Values : Correlated: S(S<29.5)=NaN

D.5

HOVV₁ : 1986 → 1996 : Mean Values : Correlated: S(S<29.5)=NaN

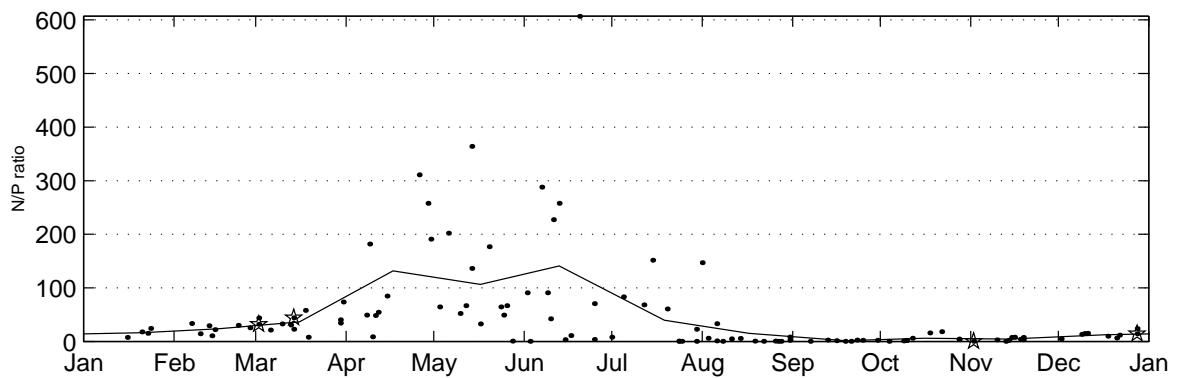
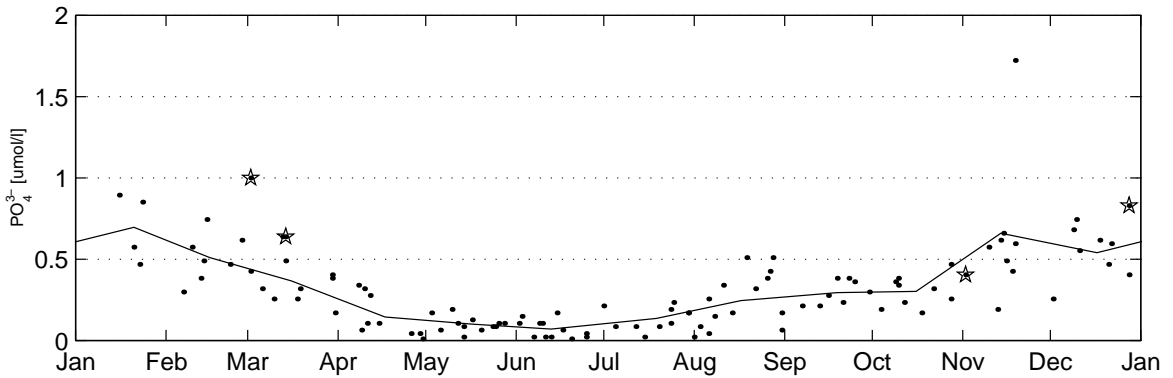
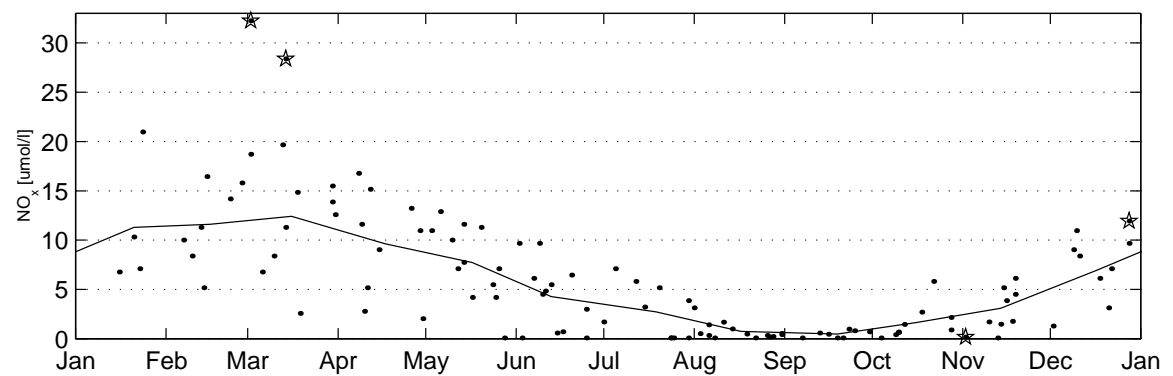
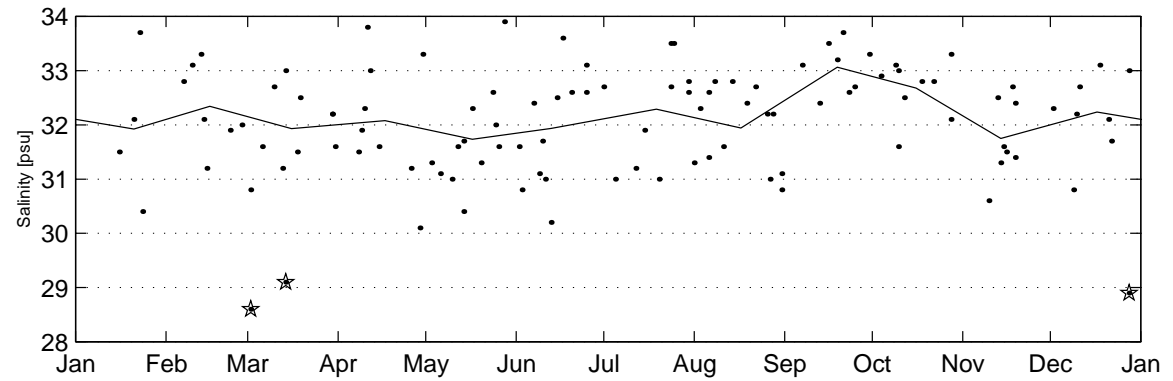


D.5

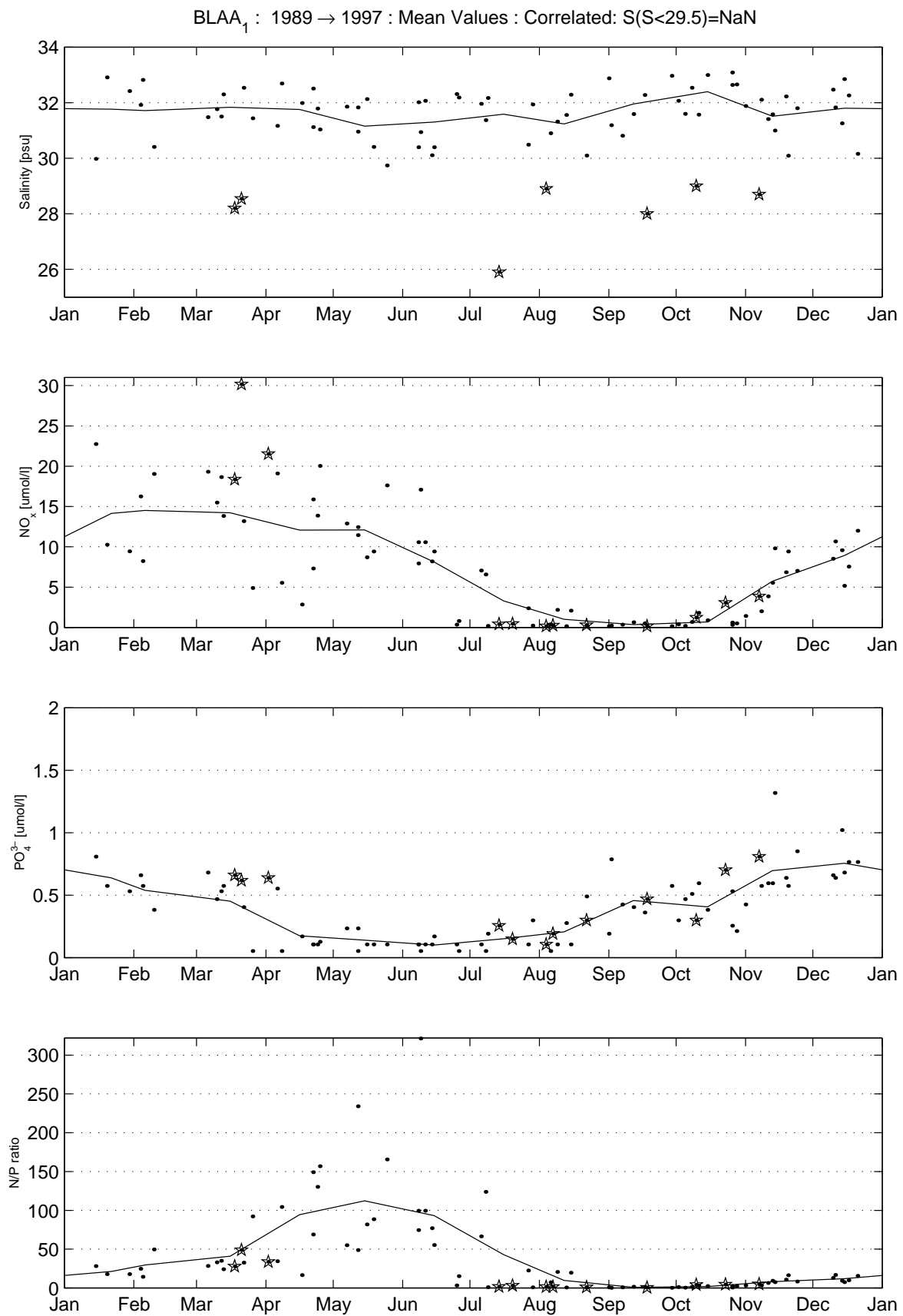
HOVV₁ : 1986 → 1996 : Mean Values : Correlated: S(S<29.5)=NaN

D.5

AARG₁ : 1989 → 1997 : Mean Values : Correlated: S(S<29.5)=NaN

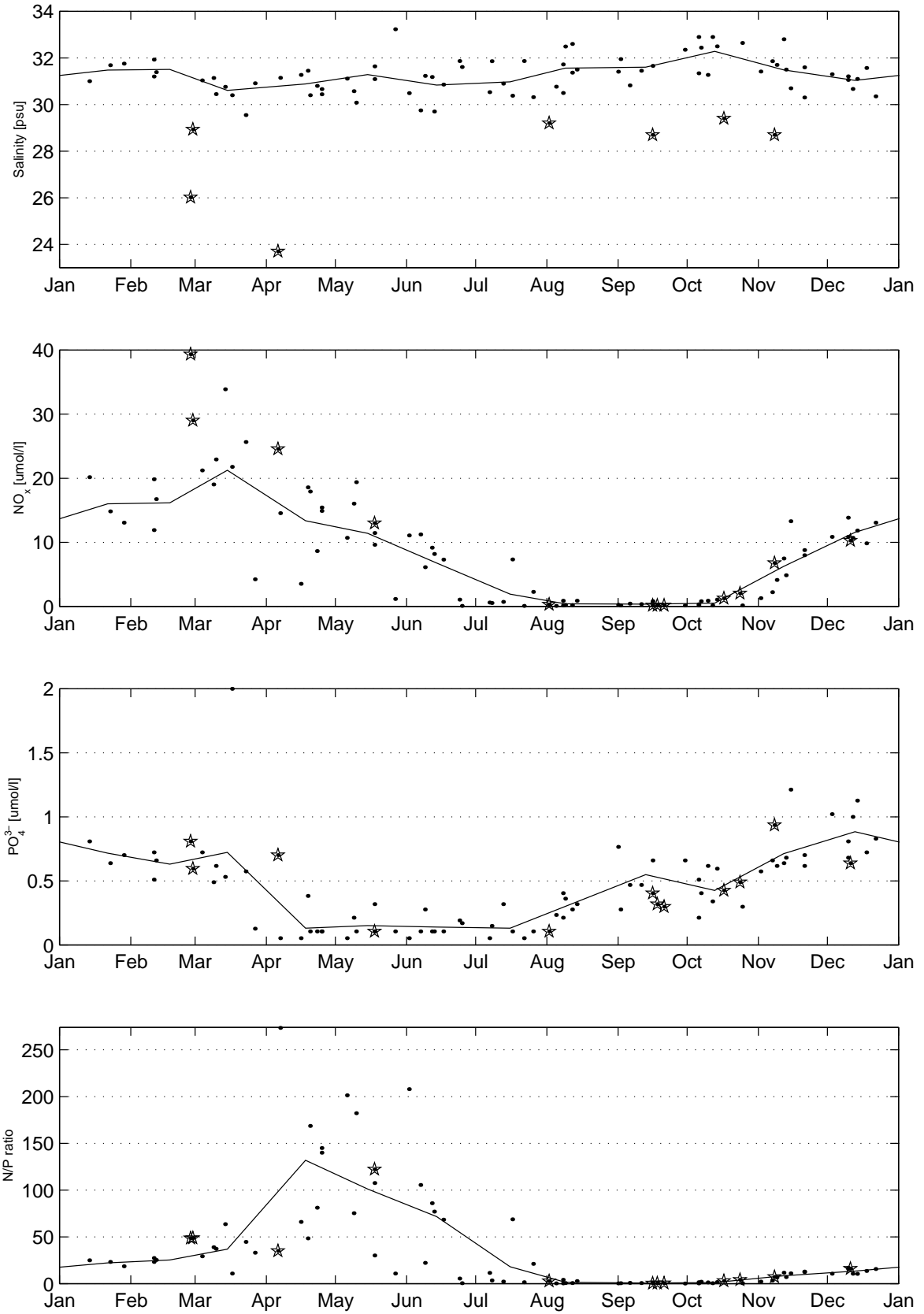


D.5

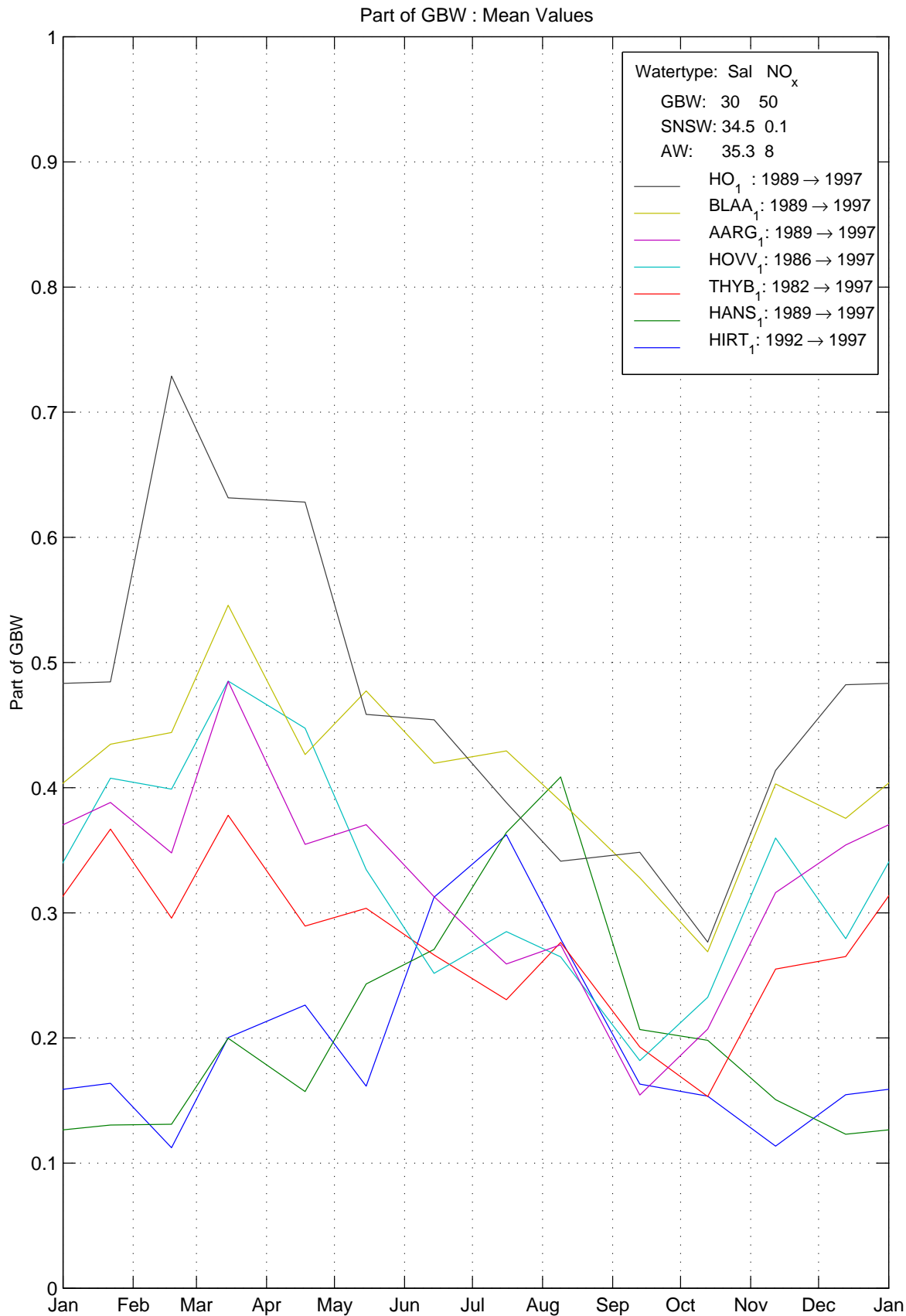


D.5

HO₁ : 1989 → 1997 : Mean Values : Correlated: S(S<29.5)=NaN

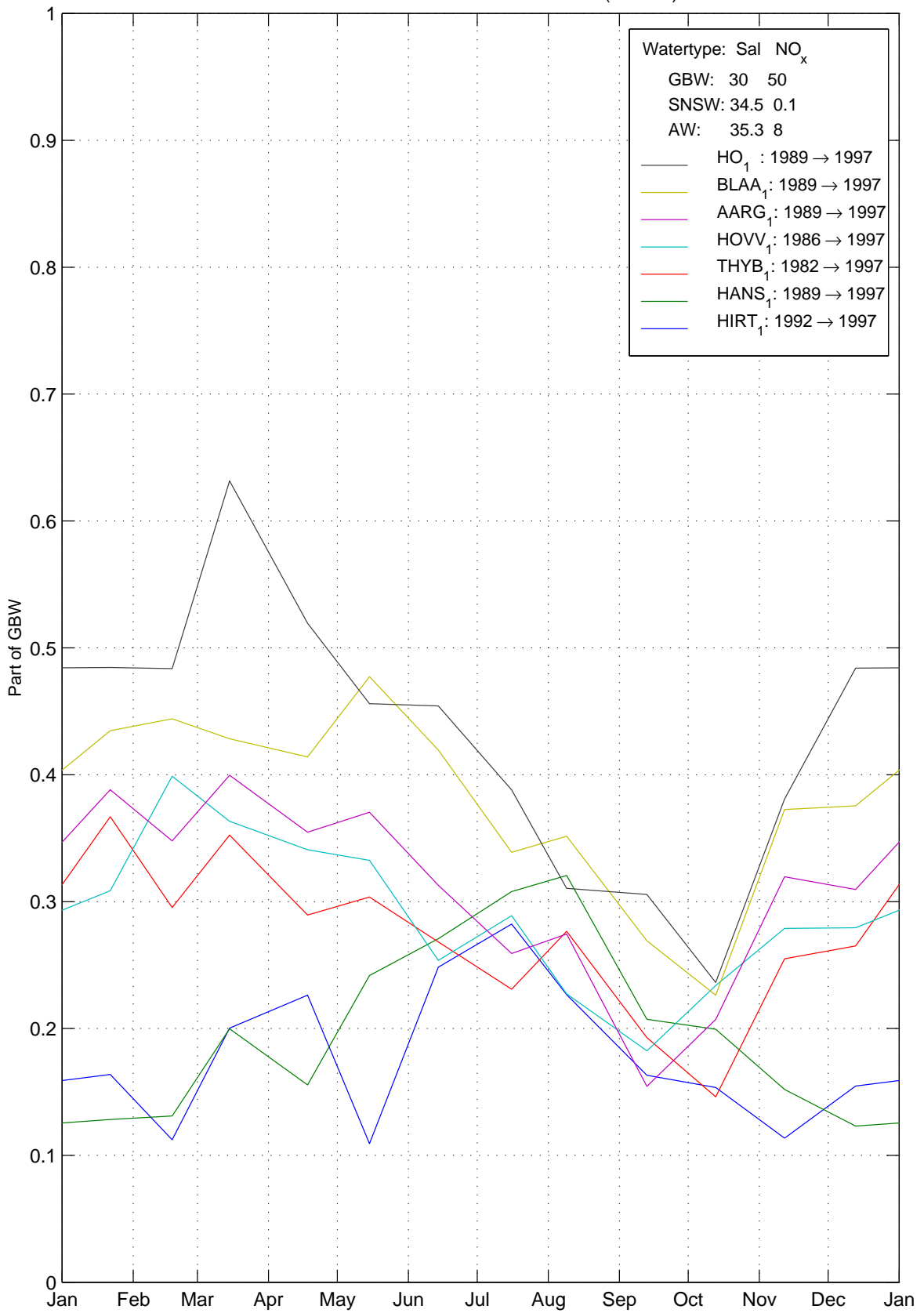


D.6 Beregnede andele ud fra de rå data



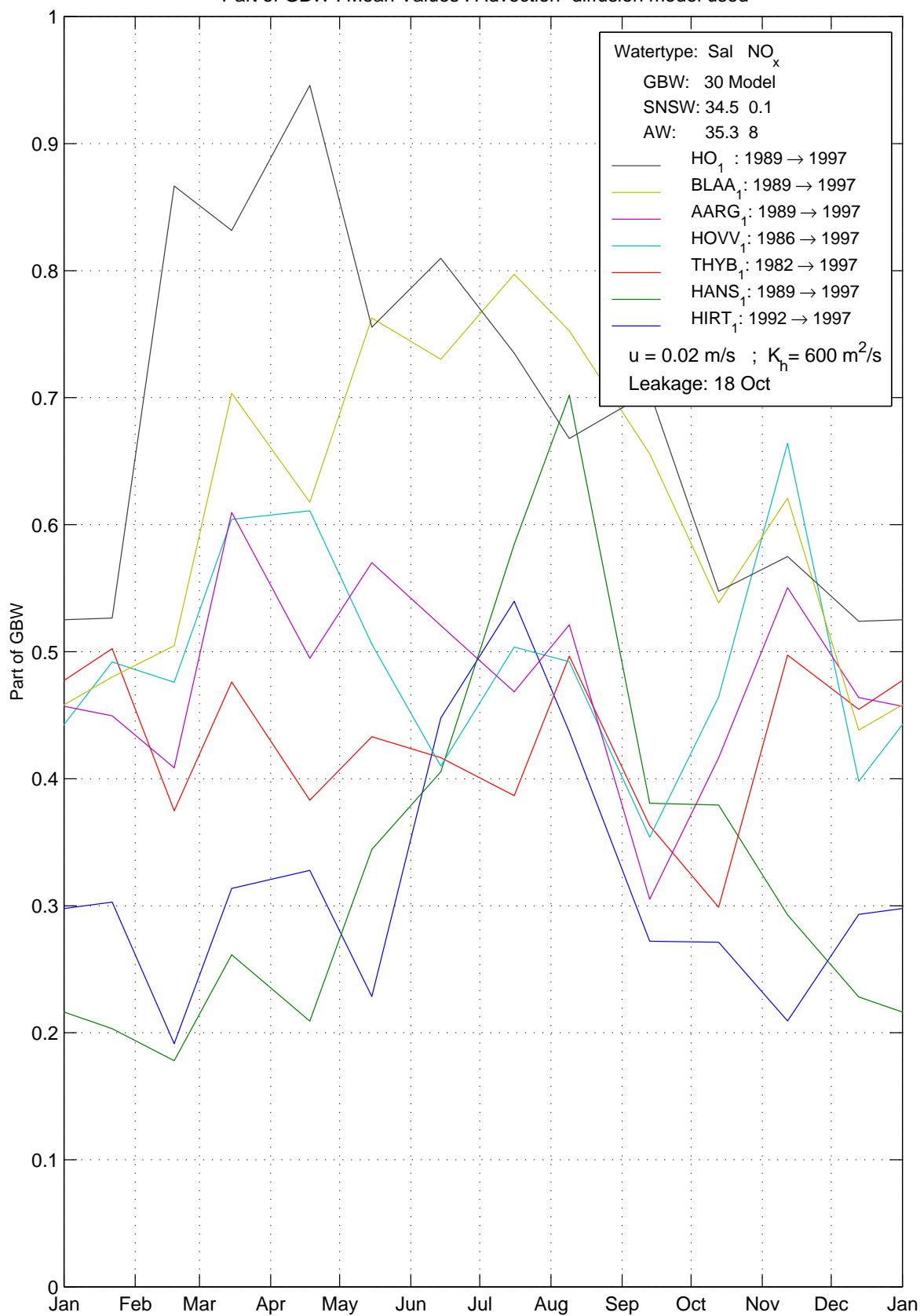
D.7 Beregnede andele ud fra de filtrerede data

Part of GBW : Mean Values : Correlated: S(S<29.5)=NaN



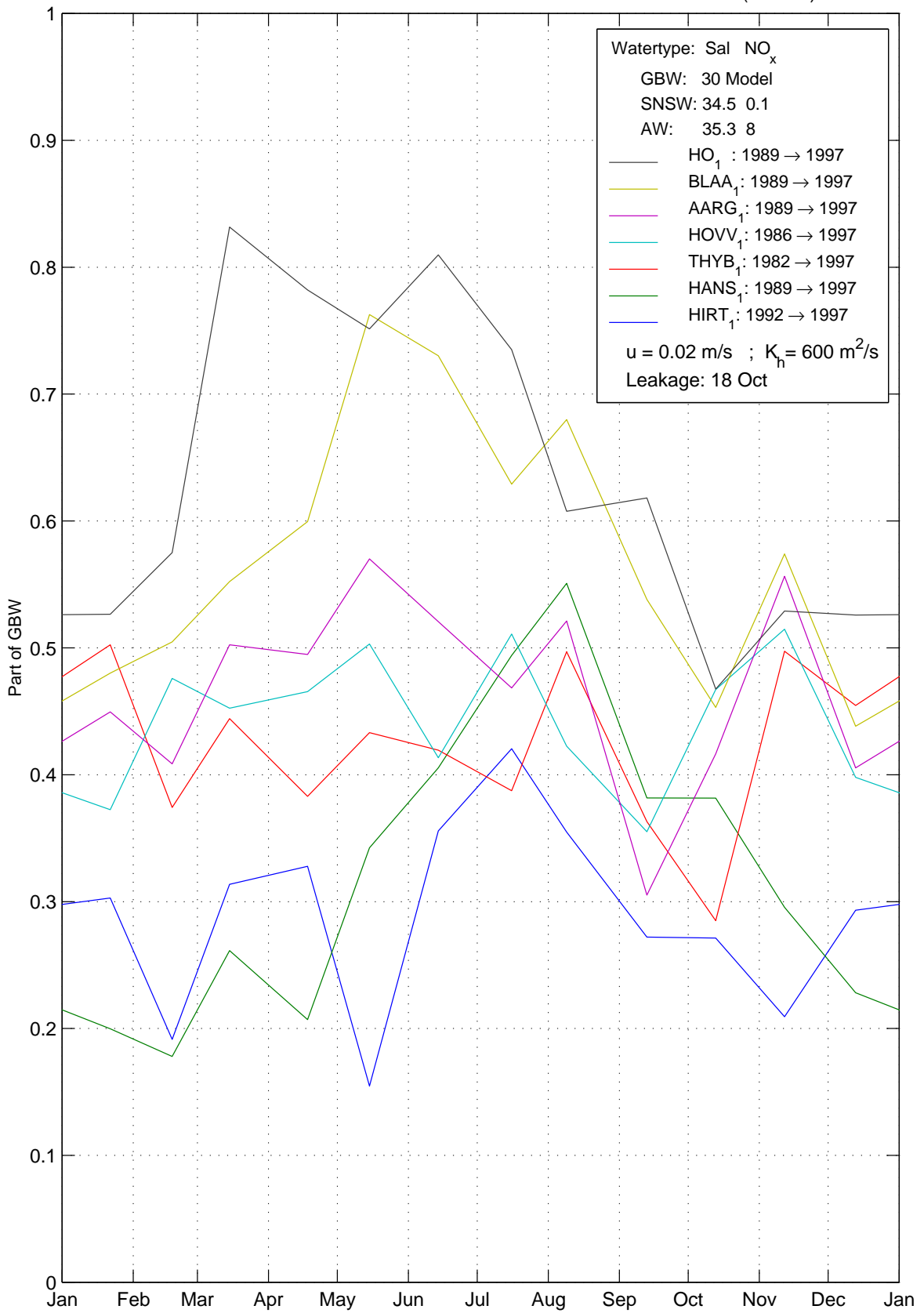
D.8 Beregnede andele udfra de rå data og advektion-diffusionsmodellen

Part of GBW : Mean Values : Advection-diffusion model used



D.9 Beregnede andele ud fra de filtrerede data og advektion-diffusionsmodellen

Part of GBW : Mean Values : Advection-diffusion model used : Correlated: $S(S < 29.5) = \text{NaN}$:



Appendiks E

E. Data fra Hirtshals

I dette appendiks vises alle de konstruerede grafer indeholdende data stammende fra ICES. Først forklares den benyttede notation på figurerne hvorefter de forskellige typer grafer vises i følgende rækkefølge: Først forklares den benyttede notation på figurerne hvorefter de forskellige typer grafer vises i følgende rækkefølge:

D.2 : Rå data

D.3 : Filtrerede data

D.4 : Middelgrafer af de rå data

D.5 : Middelgrafer af de filtrerede data

D.6 : Beregnede andele ud fra de rå data

D.7 : Beregnede andele ud fra de filtrerede data

D.8 : Beregnede andele ud fra de rå data og advektion-diffusionsmodellen

D.9 : Beregnede andele ud fra de filtrerede data og advektion-diffusionsmodellen

E.1 Notation

Stationsnavnet er vist i toppen af hver figur og forkortes HIRT₁ (se figur 1.1). Det sænkede nummer efter stationsnavnet betyder intet i dette tilfælde. Derimod er måledybden angivet i parentes i toppen af de figurer, der ikke er konturplots.

Hver åben prik angiver et målepunkt og de er forbundet med en ret linie. Det skal ikke forstås som om, at den rette linie giver det korrekte billede, men nærmere som tendensen i forløbet. Sammenlignes med figur 7.3 ses det, at saliniteten fluktuerer meget mellem de diskrete målinger i dette appendiks, men tendensen viser sig dog.

Står der ”Correlated: S(S<xx)=NaN” betyder det, at alle data med en salinitet S<xx psu er filtreret ud af udregningerne²⁰. Målepunkter der på denne måde er ekskluderet angives med en stjerne. Ligeledes er målepunkter af en parameter, hvortil der ikke er målt salinitet, markeret med en stjerne.

På graferne over andelene af vandtyper, er der i boksen vist hvilke egenskaber de forskellige vandtyper antages at besidde. Hvis der under NO_x står ”Model” betyder det, at advektion-diffusion modellen er benyttet til at beregne den forventede NO_x koncentration som funktion af tiden.

De benyttede vandtyper er:

GBW: Tyske Bugtvand

SNSW: Sydlig Nordsøvand

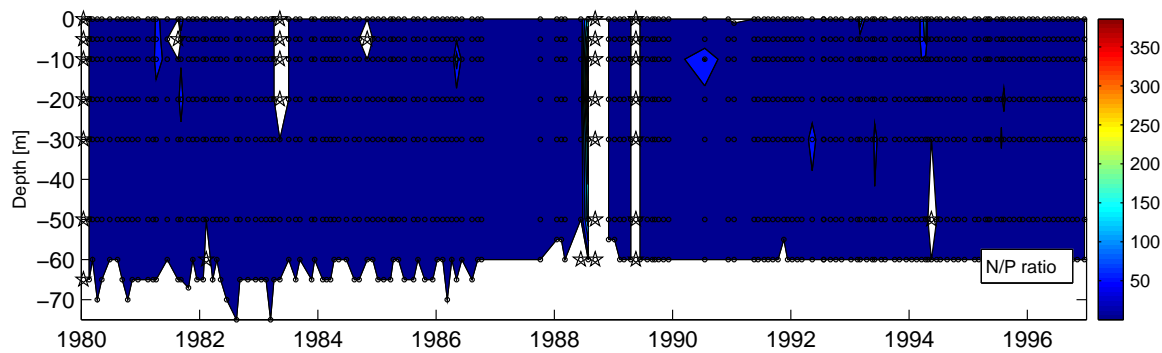
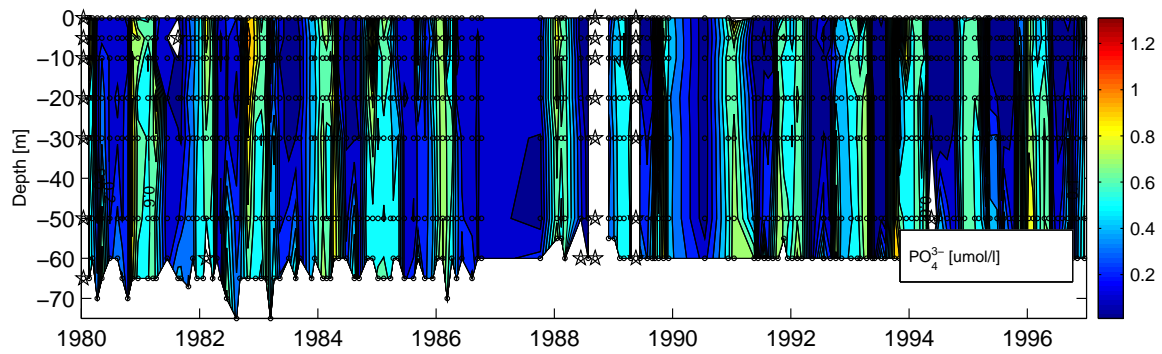
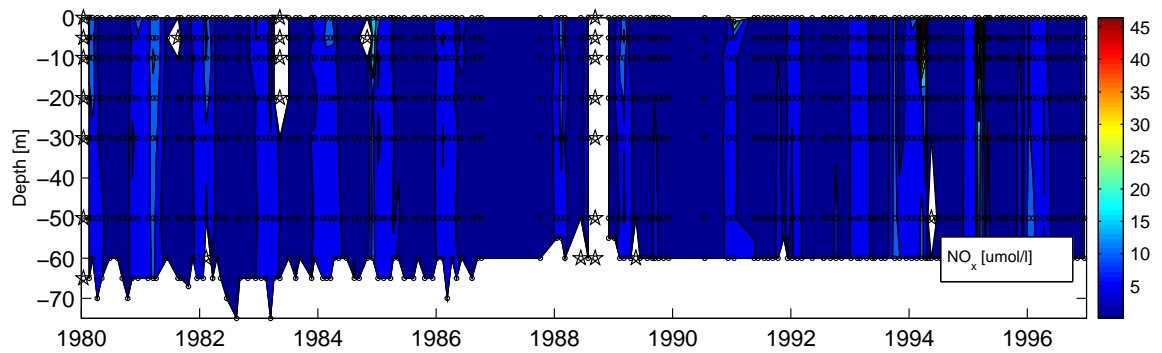
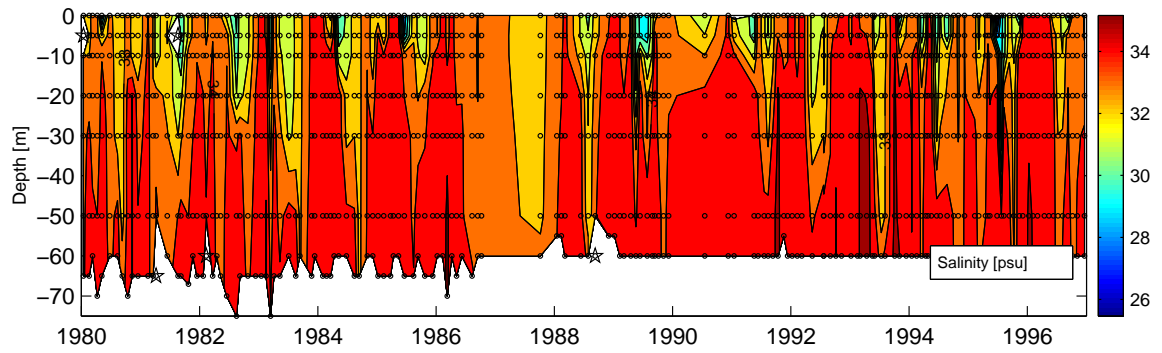
AW: Atlanterhavsvand

I virkeligheden er det nok mest Centralt Nordsøvand (CNSW), der kommer ind i Skagerrak langs Danmarks vestkyst, men da dets indhold af NO_x og salinitet ligger mellem AW og SNSW fanges andelen af disse vandtyper. Dette er naturligvis et kompromis man må gøre, da det er svært at finde nok konservative sporstoffer.

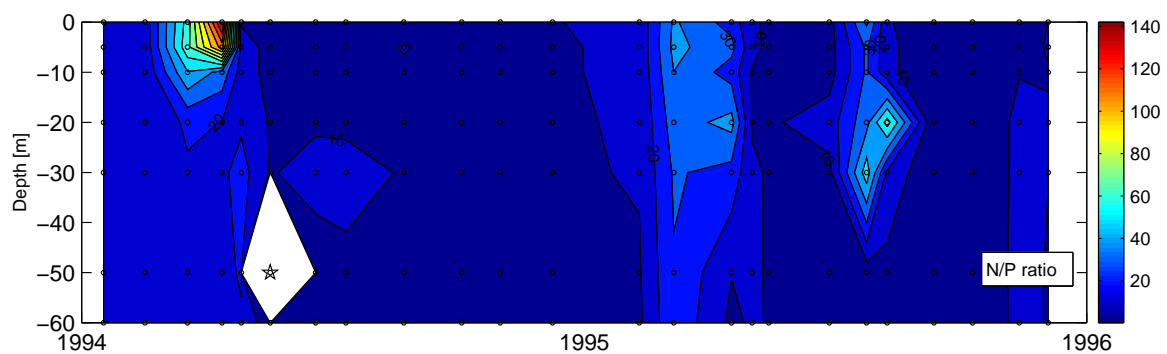
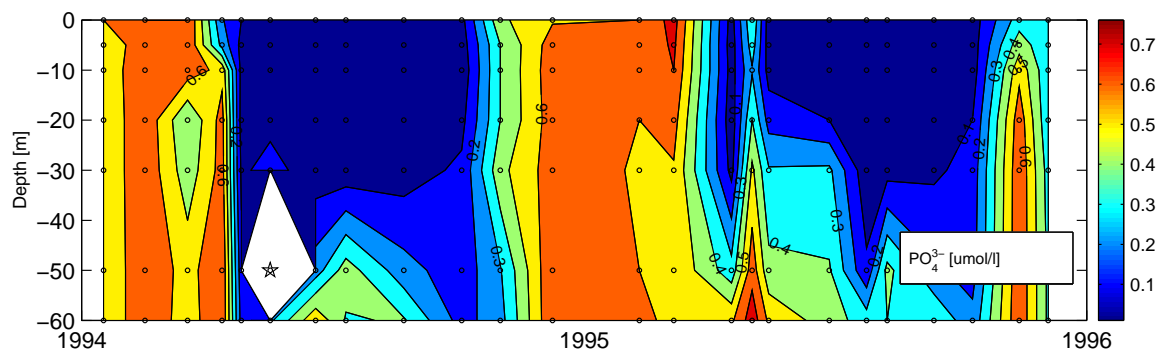
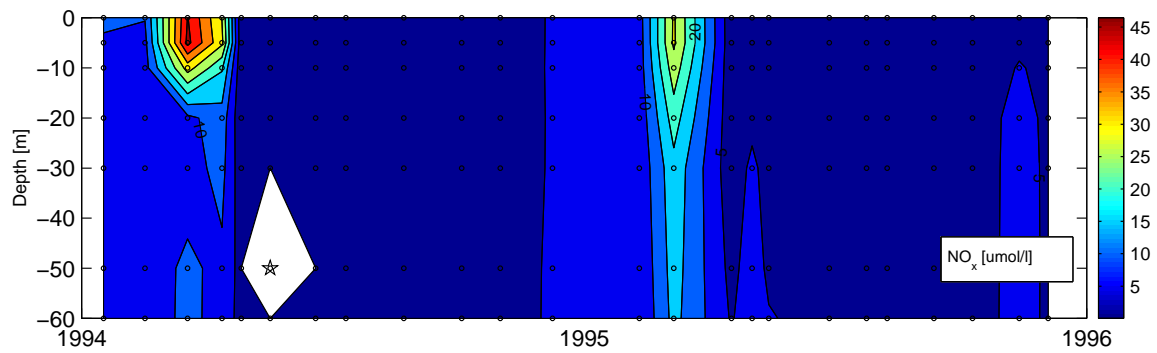
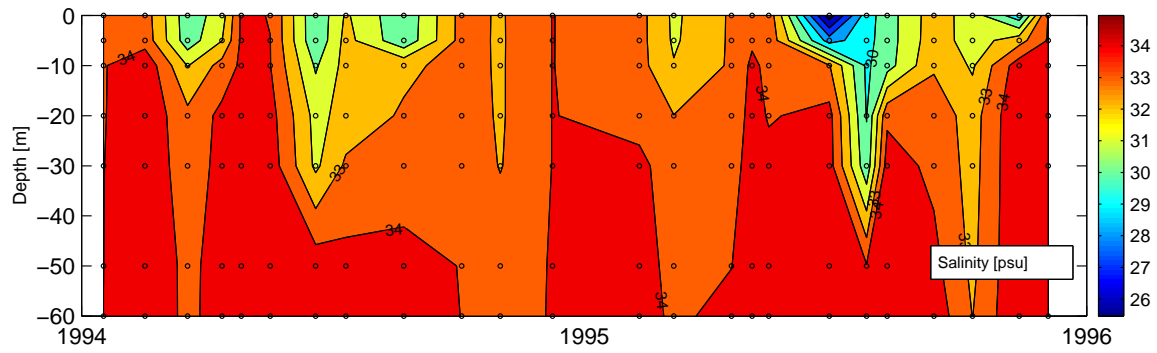
²⁰ NaN betyder ”Not a Number” i MATLAB sprog.

E.2 Rå data

HIRT₁ : 1980 → 1996

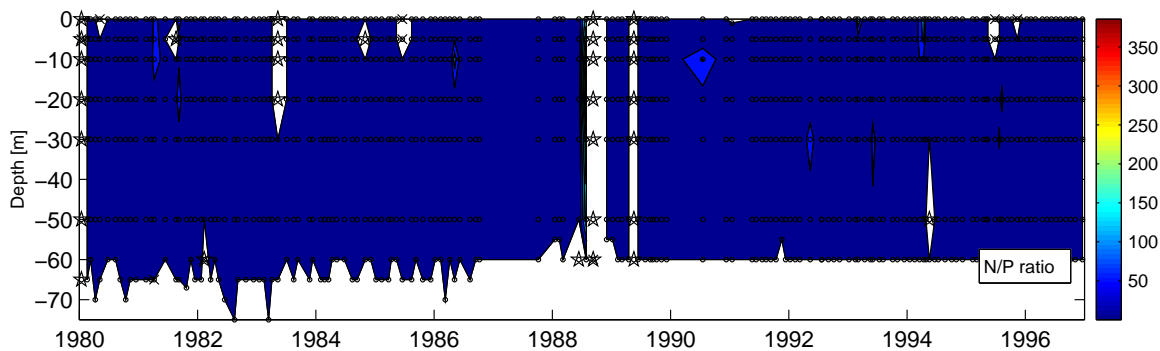
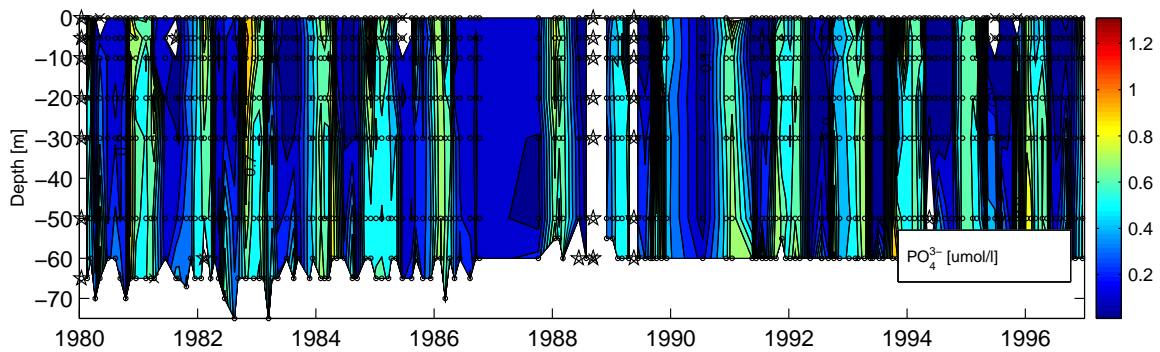
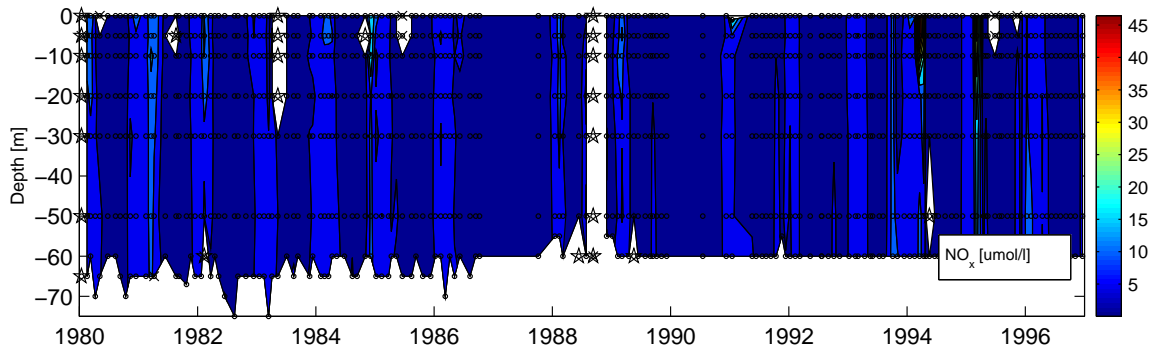
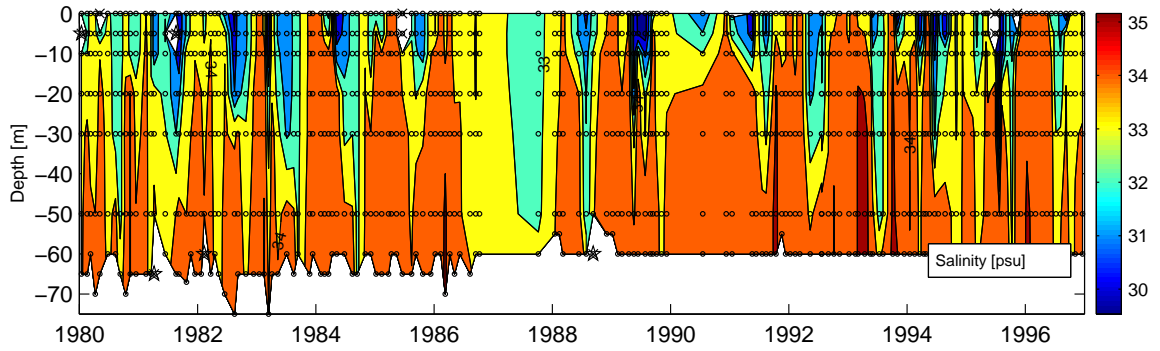


E.2

HIRT₁ : 1994 → 1995

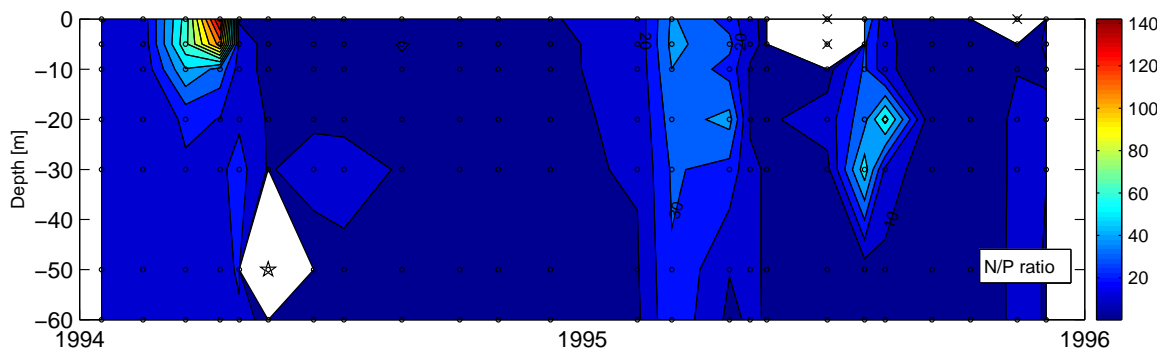
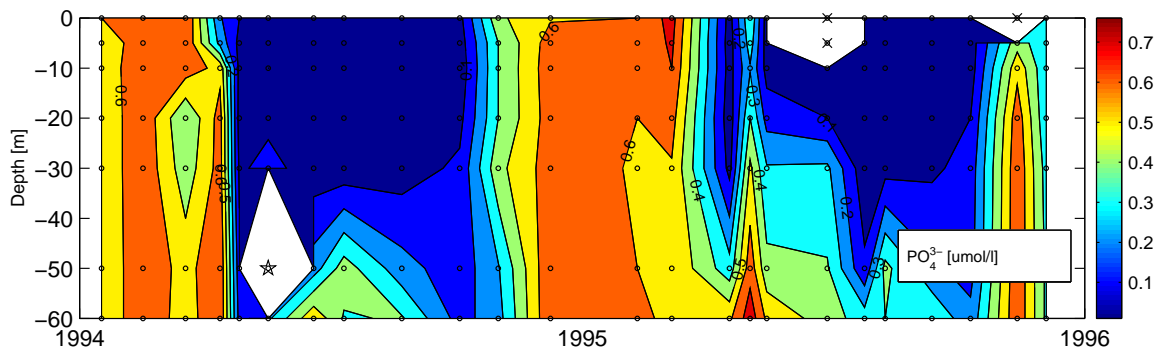
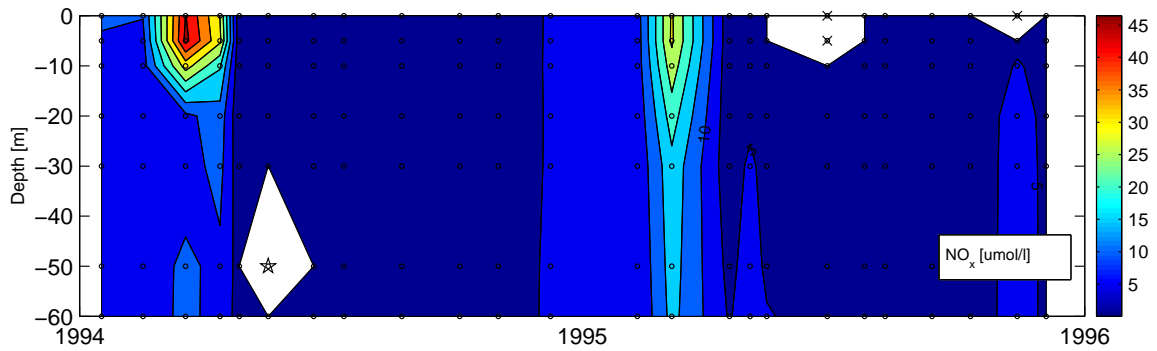
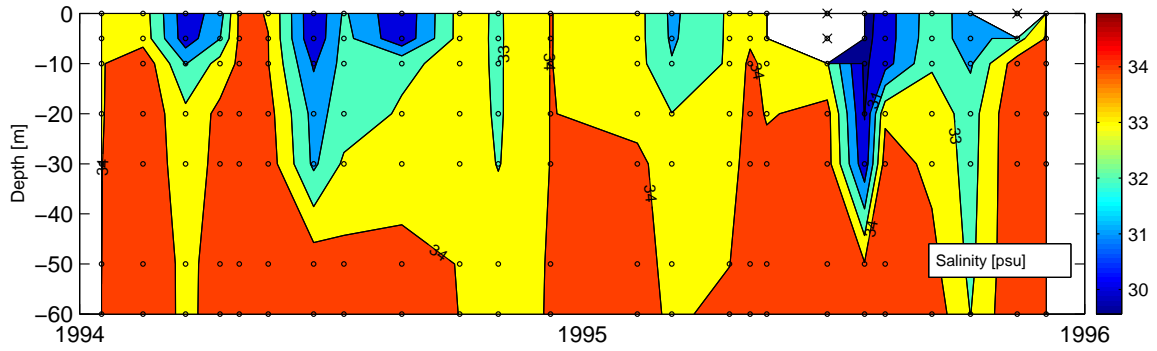
E.3 Filtrerede data

HIRT₁ : 1980 → 1996 : Correlated: S(S<29.5)=NaN



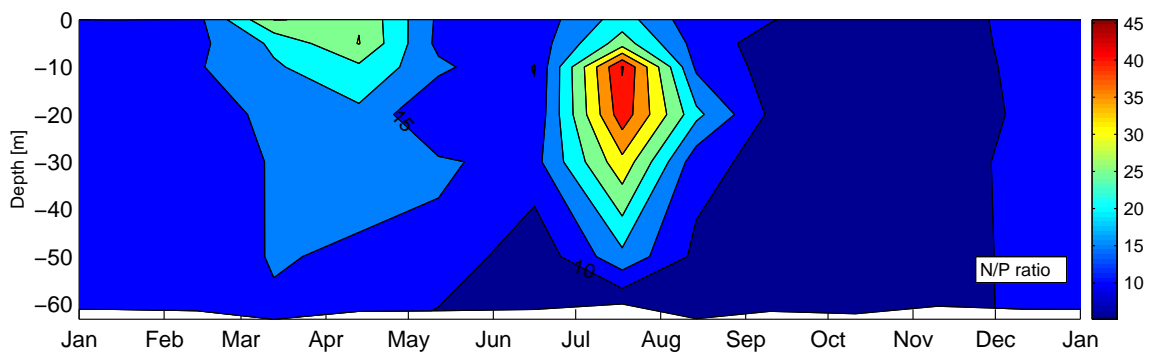
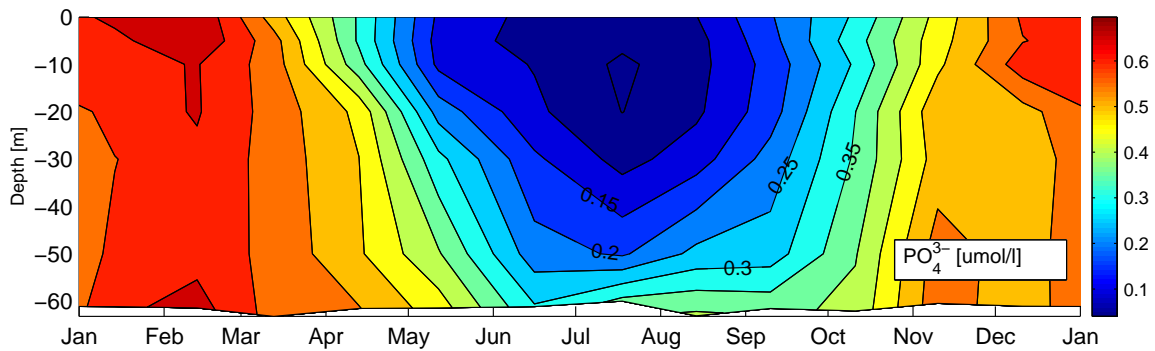
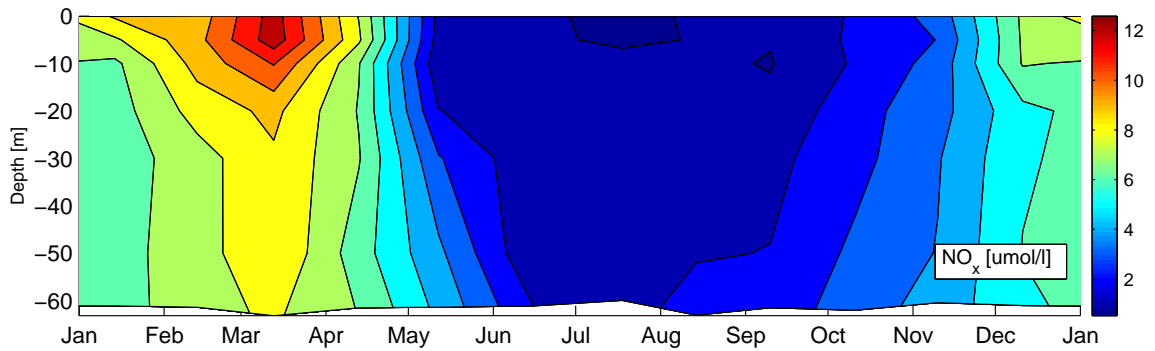
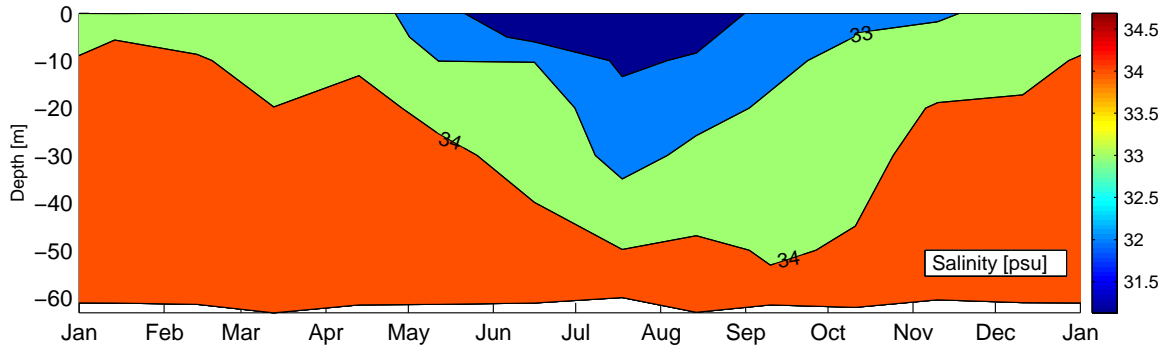
E.3

HIRT₁ : 1994 → 1995 : Correlated: S(S<29.5)=NaN



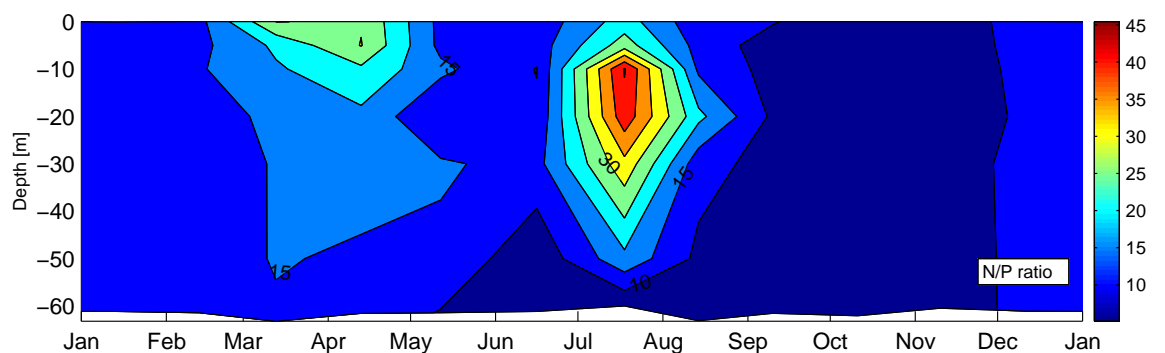
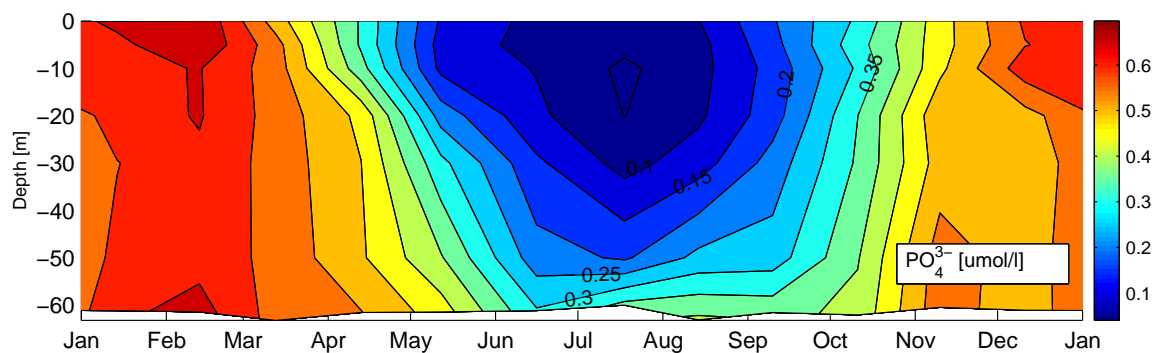
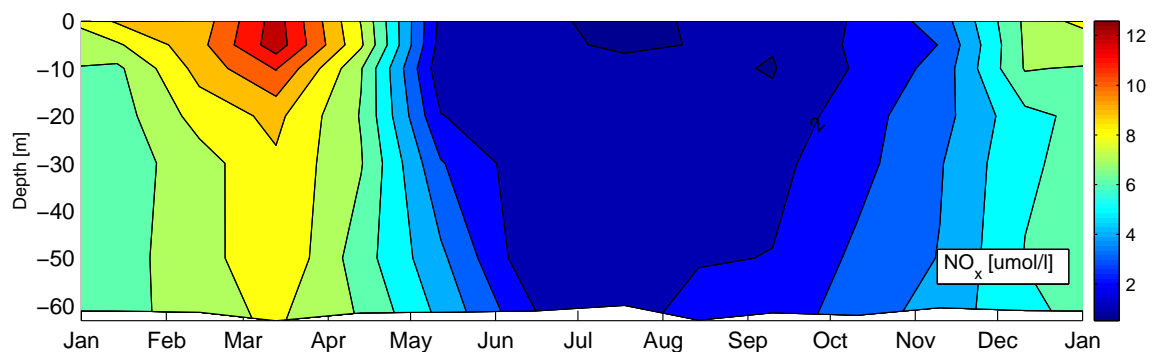
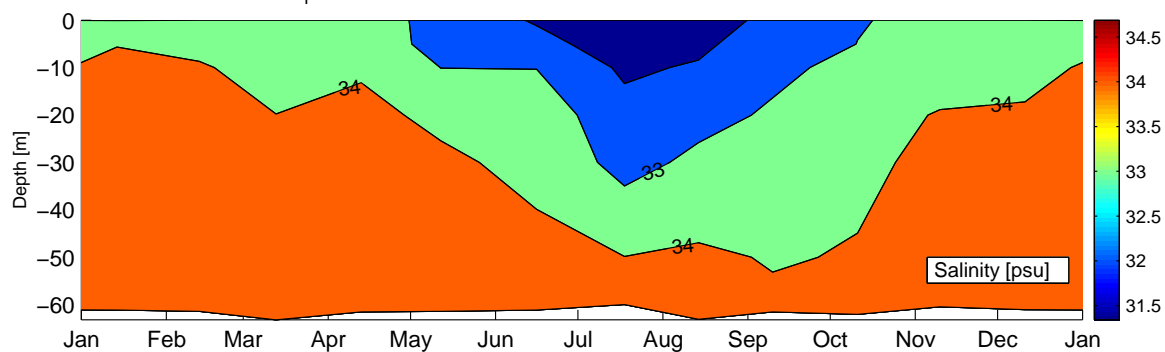
E.4 Middelgrafer af de rå data

HIRT₁ : 1980 → 1996 : Mean Values



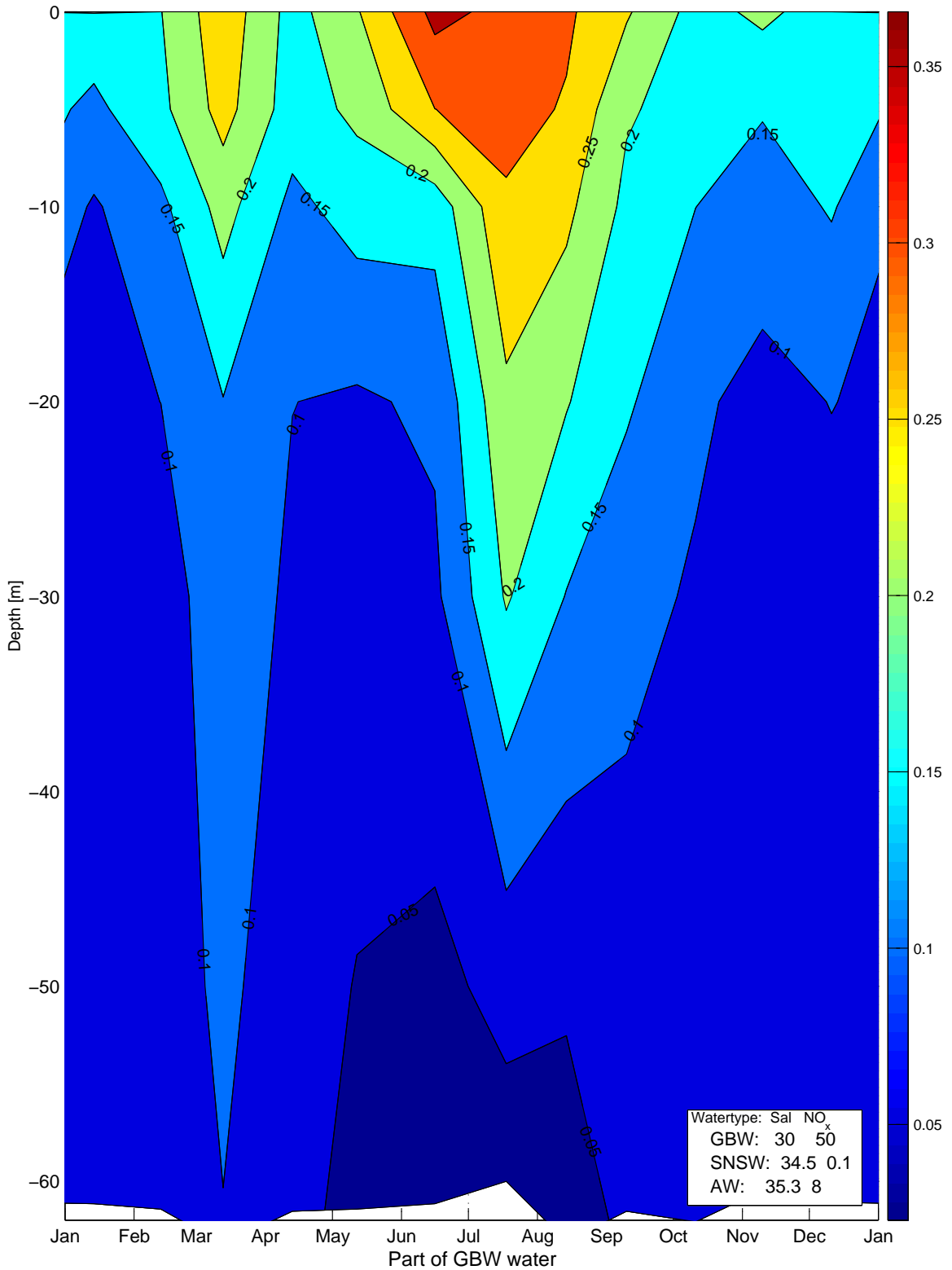
E.5 Middelgrafer af de filtrerede data

HIRT₁ : 1980 → 1996 : Mean Values : Correlated: S(S<29.5)=NaN



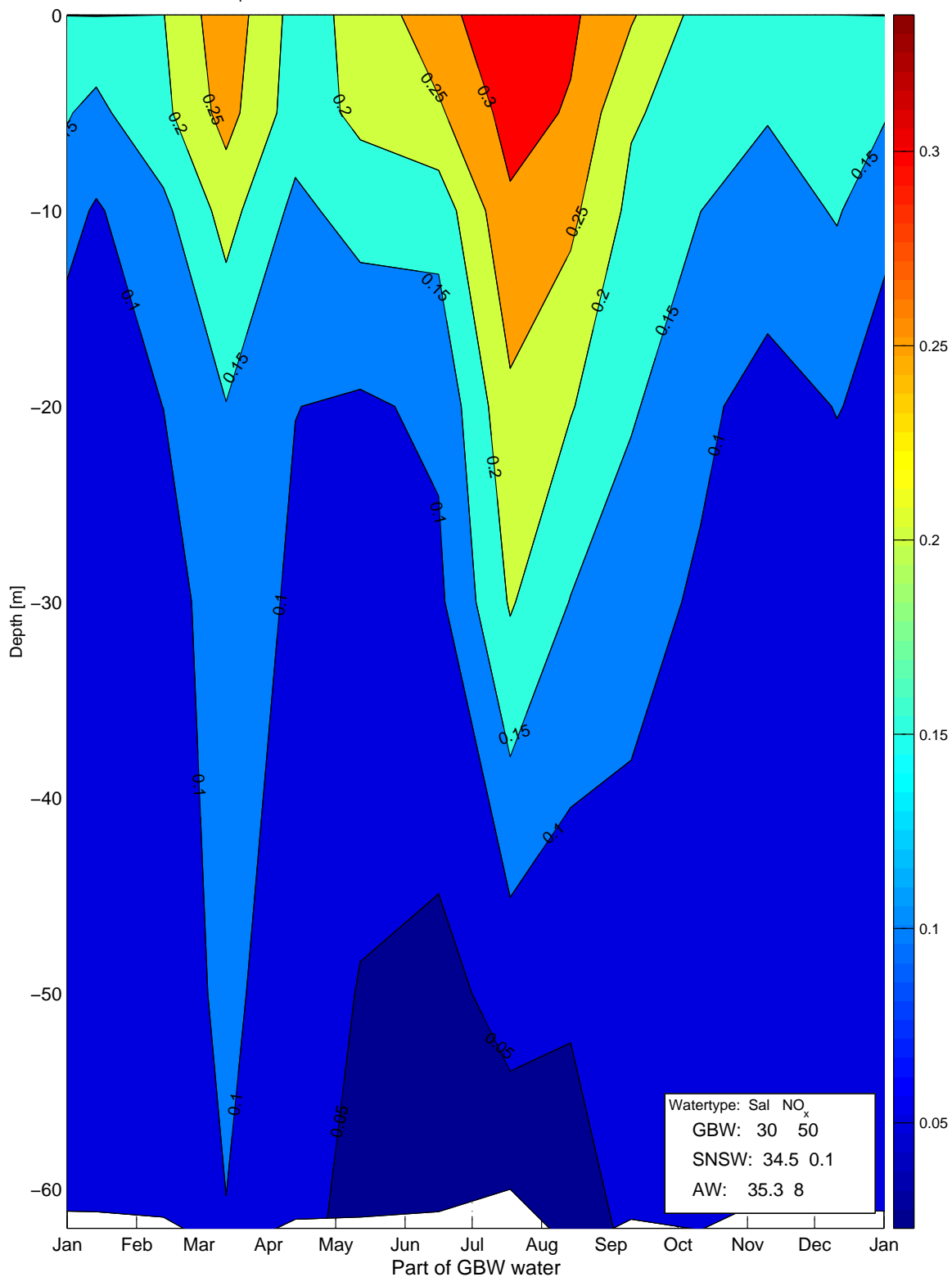
E.6 Beregnede andele udfra de rå data

HIRT₁ : 1980 → 1996 : Mean Values



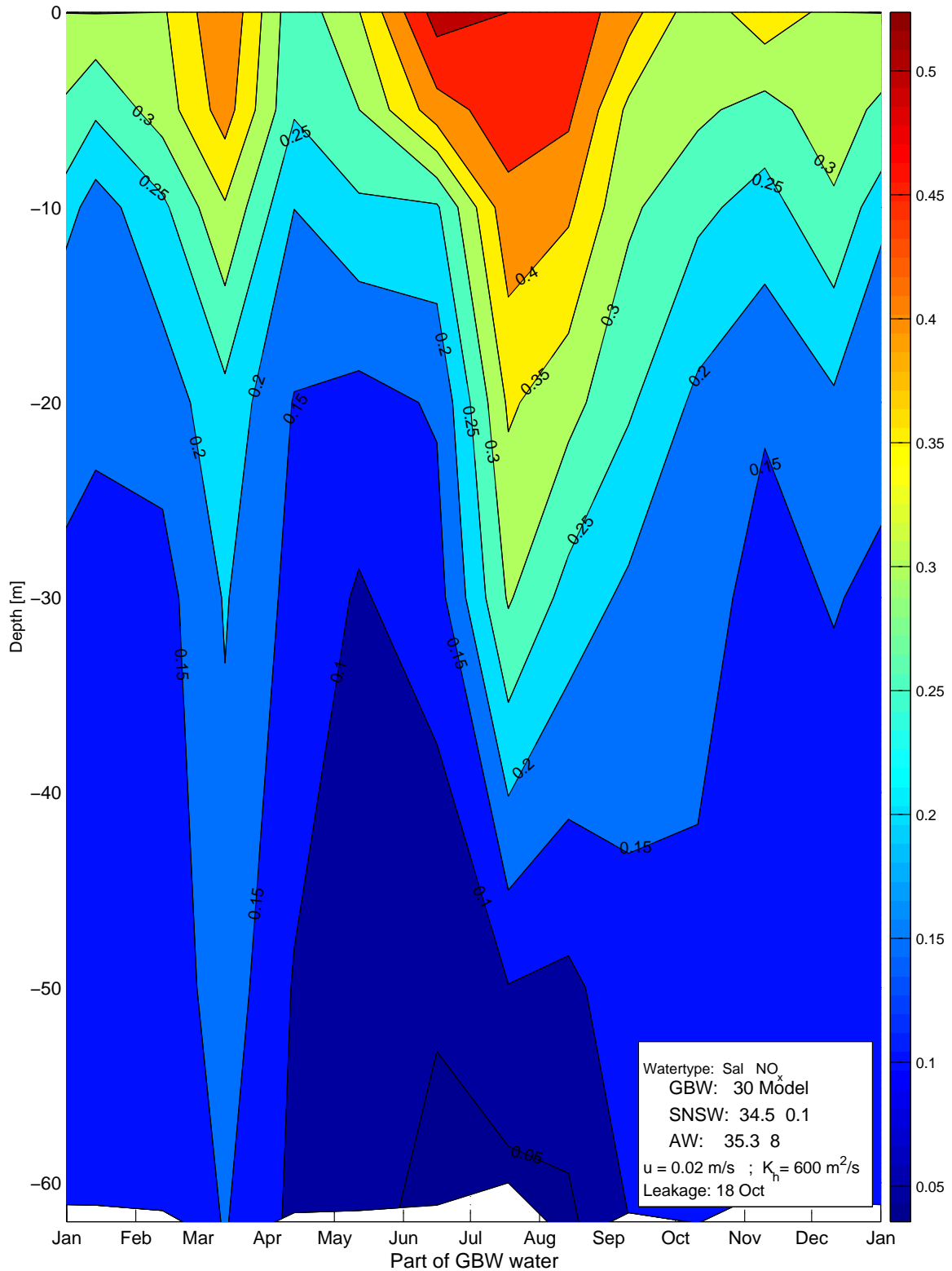
E.7 Beregnede andele udfra de filtrerede data

HIRT₁ : 1980 → 1996 : Mean Values : Correlated: S(S<29.5)=NaN



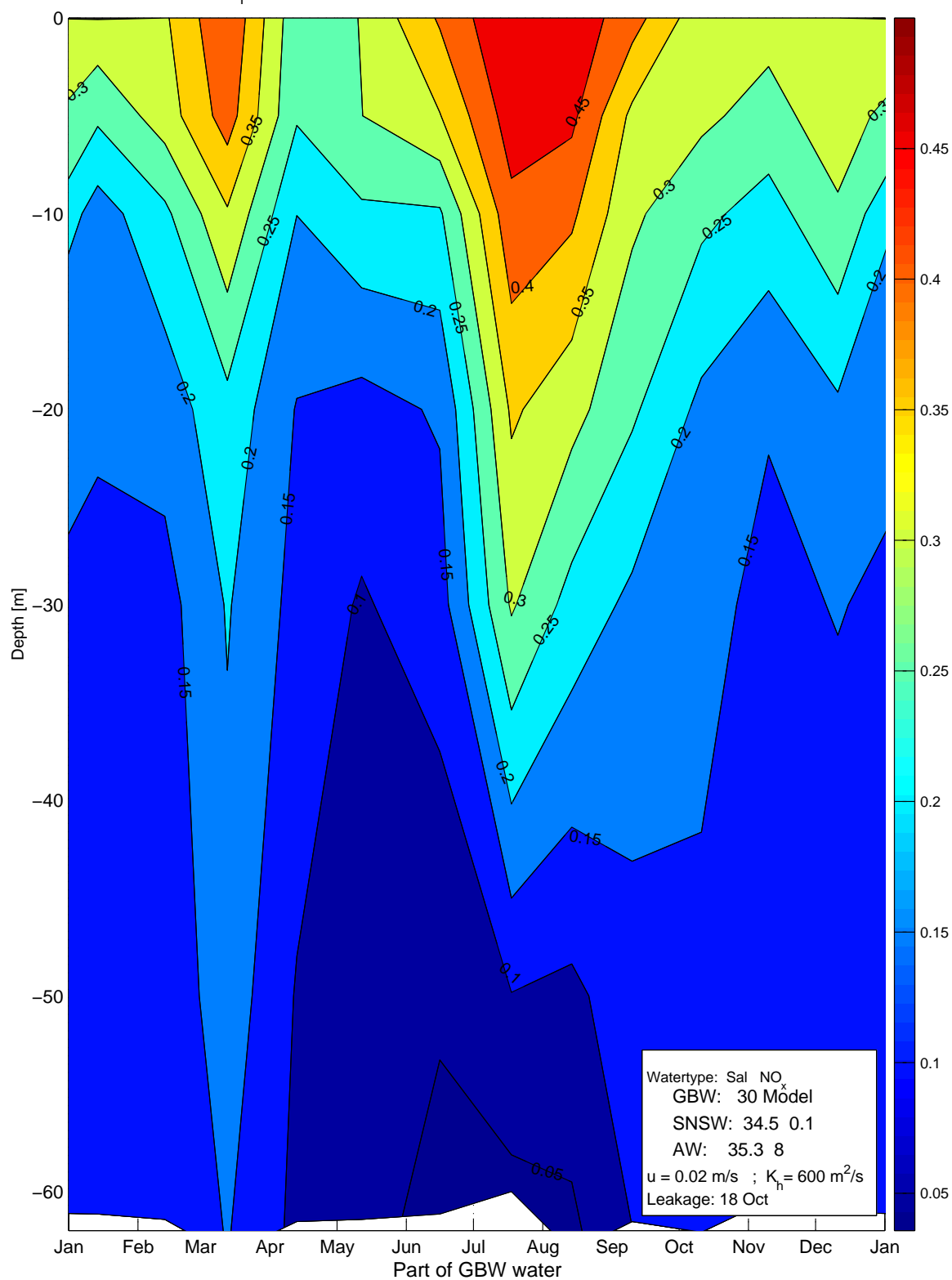
E.8 Beregnede andele ud fra de rå data og advektion-diffusionsmodellen

HIRT₁ : 1980 → 1996 : Mean Values



E.9 Beregnede andele udfra de filtrerede data og advektion-diffusionsmodellen

HIRT₁ : 1980 → 1996 : Mean Values : Correlated: S(S<29.5)=NaN



Referencer

- Allen, S. E. (1996). Topographically Generated, Subinertial Flows within A Finite Length Canyon. *Journal of Physical Oceanography*, Vol 26, p. 1608-1632.
- Baliño, B. M. (1996). Eutrophication of the North Sea, 1980-1990: An evaluation of anthropogenic nutrient inputs using a 2D phytoplankton production model. Department of Fisheries and Marine Biology. University of Bergen.
- Brockmann, U.H.; Laane, R.W.P.M. & Postma, H. (1990). Cycling of Nutrient Elements in the North Sea. *Netherlands Journal of Sea Research*, Vol 26 (2-4), p. 239-264.
- Buch, E. (1980). Turbulent mixing studies in Danish waters. Report No. 44. Institut for Fysisk Oceanografi, Københavns Universitet.
- Christensen, P. B.; Møhlenberg, F.; Lund-Hansen, L.; Borum, J.; Christiansen, C.; Larsen; S. E.; Hansen, M.; Andersen; J. & Kirkegaard, J. (1996). Havmiljøet under forandring? Havforskning fra Miljøstyrelsen, nr. 61. Miljø- og Energiministeriet. København.
- Csanady, G. T. (1982). *Circulation in the Coastal Ocean*. D. Riedel
- Cushman-Roisin, B. (1994). *Introduction to Geophysical Fluid Dynamics*. Prentice-Hall, Inc.
- Dahlgaard, H.; Herrmann, J. & Salomon, J. C. (1995). A tracer study of the transport of coastal water from the English Channel through the German Bight to the Kattegat. *Journal of Marine Systems* 6, p. 415-425.
- Danielssen, D. S.; Edler, L.; Fonselius, S.; Hernroth, L.; Ostrowski, M.; Svendsen, E. & Talpsepp, L. (1997). Oceanographic variability in the Skagerrak and Northern Kattegat, May-June, 1990. *ICES Journal of Marine Science*, Vol. 54, p. 753-773.
- Dimon, P.; Pietrzag, J. D. & Svensmark, H. (1997). Correlations in sea-level elevations. *Physical Review E*. Vol. 56(3), p. 2605-2614.
- Gill, A. E. (1982). *Atmosphere-Ocean Dynamics*. International Geophysics Series, Vol. 30. Academic Press, Inc.
- Godin, G. (1972). *The Analysis of Tides*. Liverpool University Press.
- Goedecke, E.; Smed, J. & Tomczak, G. (1967). Monatskaten des Salzgehaltes der Nordsee - dargestellt für verschiedene Tiefenhorizonte. Herausgegeben vom Deutschen Hydrographischen Institut. Reihe B(4°), nr. 9. Deutsches Hydrographisches Institut. Hamburg.

- Hansen, I. S.; Ærtebjerg, G.; Jørgensen, L. A. & Pedersen, F. B. (1991) Analyse af ilt-sænkning i Kattegat, Bælthavet og V. Østersø. Havforskning fra Miljøstyrelsen, nr. 1. Miljøstyrelsen. København.
- Hansen, I. S.; Ærtebjerg, G.; Richardson, K.; Heilmann, J. P.; Olsen, V. O. & Pedersen, F. B. (1994). Kvælstofreduktioners effekt på iltforhold i de indre danske farvande. Havforskning fra Miljøstyrelsen, nr. 29. Miljøstyrelsen. København.
- Holt, N. (1993). Kattegat og Skagerrak. Hydrografisk og optisk klassifikation. Speciale, Københavns Universitet, Niels Bohr Institutet for Astronomi, Fysik og Geofysik, Geofysisk Afdeling
- Holton, J. R. (1992). An Introduction to Dynamic Meteorology. Academic Press, Inc. USA.
- Hvas, E. Maarup, M-L.; Hansen, L. E.; Brock, K. & Blanner, P. (1998a). Skagerrak 1992-1996. En sammenstilling af resultater fra Nordjyllands Amts recipienttilsyn i den kystnære del af Skagerrak. Nordjyllands Amt.
- Hvas, E.; Blanner, P.; Deding, J.; Nielsen, L. M.; Laursen, M. B.; Madsen, P. B.; Kristensen, H. S. & Rasmussen, B. (1998b). Åbne farvande langs vestkysten. Udgivet af Nordjyllands amt, Ringkøbing amt, Viborg amt og Ribe amt.
- Højerslev, N. K. & Andersen, I. (1990). Klimavariationer på mesoskala lokaliteter beskrevet ved vandspejlændringer og hydrografiske forhold. Danish Meteorological Institute.
- Højerslev, N. K. (1984). Julebølgen ved vestkysten, 1983. Vejret nr. 21, p. 35-36.
- Højerslev, N. K. (1989). Vandbevægelser i kystnære områder (Systemet Østersøen - Nordsøen). Københavns Universitet.
- Højerslev, N. K. (1991). Introduktion til Fysisk Oceanografi. Københavns Universitet.
- Højerslev, N. K. (1998). Kattegats vandkvalitet. KVANT, oktober 1998, p. 16-20.
- Højerslev, N. K.; Holt, N. & Aarup, T. (1996). Optical measurements in the North Sea-Baltic Sea transition zone. I. On the origin of the deep water in the Kattegat. Continental Shelf Research, Vol. 16(10), p. 1329-1342.
- ICES International Young Fish Survey (IYFS) contour maps of hydrochemical measurements from the North Sea during January/February in each year since about 1970. Homepage: 'http://www.ices.dk/ocean/project/datasets/iyfs.htm'
- Jacobsen, J. P. (1923). Meddelelser fra Kommissionen for Havundersøgelser. Serie: Hydrografi, bind II. nr. 8: Current measurements from Danish lightships. C. A. Reitzel, Boghandel. Bianco lunos bogtrykkeri.

- Jakobsen F. (1998). Udkast til artikel med følgende titel: Observations of the wind influence on the Jutland coastal current.
- Jakobsen, F. (1997). Hydrographic investigation of the Northern Kattegat front. *Continental Shelf Research*, Vol. 17(5), p. 533-554.
- Jakobsen, F.; Ærtebjerg, G.; Agger, C. T.; Højerslev, N. K.; Holt, N.; Heilmann, J. & Richardson, K. (1994). Hydrografisk og biologisk beskrivelse af Skagerrak-fronten. Havforskning fra Miljøstyrelsen, nr. 49. Miljø- og Energiministeriet. København.
- Klinck, J. M. (1989). The influence of a narrow tranverse canyon on initially geostrophic flow, *Journal of Geophysical Research*, Vol 93(C1) p. 509-515.
- Kreyszig, E. (1993). *Advanced Engineering Mathematics*. John Wiley & Sons Ltd.
- Kristensen, K. B. (1991a). The Jutland Coastal Current. Series Paper No. 53. Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering. Technical University of Denmark.
- Kristensen, K. B. (1991b). Den Jyske Kyststrøm. Havforskning fra Miljøstyrelsen, nr. 52. Miljøstyrelsen. København.
- Kullenberg, G. (1970). On the oxygen deficit in the Baltic deep water (shorter contribution). *Tellus* 22(3). p. 357.
- Larsen, S. E. (1993). Observing and modelling the planetary boundary layer. In: Raschke, E. & Jacob, D. (1993). *Energy and Water Cycles in the Climate System*. NATO ASI Series, Vol I 5. p. 365-418.
- Larsen, S. E.; Hummelshøj, P.; Jensen, N. O.; Edson, J. B.; de Leeuw, G. & Mestayer, P. G. (1994). Tørdeponering af luftbårne partikler til havoverflader. Havforskning fra Miljøstyrelsen, nr. 47. Miljøstyrelsen. København.
- Larsen, T. (1997). Vandkvaliteten langs den jyske vestkyst 1989-1996. Udarbejdet for Nordjyllands amt, Ringkøbing amt, Viborg amt og Ribe amt.
- Lee, A. J. (1980). North Sea: Physical Oceanography. In: Banner, F. T.; Collins, M. B. & Massie, K. S. *The North-West European Shelf Seas: the Sea Bed and the Sea in Motion. II. Physical and Chemical Oceanography, and Physical Resources*. Elsevier Oceanography Series, 24B, Elsevier, Amsterdam. p. 467-493.
- Mesinger, F. & Arakawa, A. (1976). *Numerical Methods in Atmospheric models*. Garp Publications Series No. 17. World Meteorological Organisation.
- Moll, A. (1998). Regional distribution of primary production in the North Sea simulated by a three-dimensional model. *Journal of Marine Systems* 16, p. 151-170.
- Nielsen, N. W. & Klausen, T. (1984). Vejret julenat 1983. *Vejret* nr.18, p. 40-47.

- Otto, L. (1983). Currents and Water Balance in the North Sea. Editor: Sündermann, J. & Lens, W. North Sea Dynamics. Springer-Verlag. P. 26-41.
- Otto, L.; Zimmerman, J. T. F.; Furnes, G. K.; Mork, M.; Saetre, R. & Becker, G. (1990). Review of the physical oceanography of the North Sea. Netherlands Journal of Sea Research, Vol 26 (2-4), p. 161-238.
- Pedersen, F. B. (1980). A monograph on turbulent entrainment and friction in two-layer stratified flow. Technical University of Denmark. Series paper No. 25.
- Pedersen, F. B. (1986). Environmental Hydraulics: Stratified Flows. Lecture Notes on Coastal and Estuarine Studies. Vol 18. Springer-Verlag
- Pickard, G. L. & Emery, W. J. (1990). Descriptive Physical Oceanography. An Introduction. Pergamon Press.
- Pond, S. & Pickard, G. L. (1983). Introductory Dynamical Oceanography. Pergamon Press.
- Poulsen, O. (1991a). The hydrography of Skagerrak and Kattegat - The dynamics of the Skagerrak front. Series Paper Vol. 52. Instituttet for Strømningsmekanik og Vandbygning. Danmarks Tekniske Højskole.
- Poulsen, O. (1991b). Skagerrak-frontens dynamik. Havforskning fra Miljøstyrelsen, nr. 7. Miljøstyrelsen. København.
- Pugh, D. T. (1987). Tides, Surges and Mean Sea-Level. John Wiley & Sons Ltd. Great Britain.
- Richardson, K. & Jacobsen, T.S. (1990). Jyllandsstrømmen. NPo-forskning fra Miljøstyrelsen, C6. Miljøstyrelsen. København.
- Rodhe J. (1998). The Baltic and North Seas: A process-oriented review of the physical oceanography. The Sea, Vol 11, Chapter 24, p. 699-731. John Wiley & Sons Ltd.
- Rodhe, J. & Holt, N. (1996). Observations of the transport of suspended matter into the Skagerrak along the western and northern coast of Jutland. Journal of Sea Research 35(1-3). p. 91-98.
- Rodhe, J. (1987). The large-scale circulation in the Skagerrak; interpretation of some observations. Tellus, 39A, p. 245-253.
- Rodhe, J. (1989). The large-scale mixing and the estuarine circulation in the Skagerrak; calculations from observations of the salinity and velocity fields. Tellus, 41A, 436-446.

- Rodhe, J. (1991). Wind Mixing in a Turbulent Surface Layer in the Presence of a Horizontal Density Gradient. *Journal of Physical Oceanography*, Vol 21, p. 1080-1083.
- Rodhe, J. (1992). Studies of currents and mixing in the Skagerrak. Department of Oceanography. University of Gothenburg. Sweden.
- Schrøder, H. & Møller, J. S. (1986). Mechanisms Responsible for oxygen conditions in the deep water of the Kattegat and the Belt sea. 15th Conference of Baltic Oceanographers, 18-21 November 1986, Copenhagen.
- Seinfeld, J. H. (1986). *Atmospheric Chemistry and Physics of Air Pollution*. John Wiley & Sons Ltd.
- Skogen, M. D.; Eriksrød, G. & Svendsen, E. (1997). Quantification of transports to Skagerrak. A modeling approach. E. Özsoy and A. Mikaelyan (eds.), *Sensitivity to Change: Black Sea, Baltic Sea and North Sea*, p. 327-339.
- Skogen, M. D.; Svendsen, E. & Ostrowski, M. (1998). Quantifying volume transports during SKAGEX with the Norwegian Ecological Model system. *Continental Shelf Research*, Vol. 17(15), p. 1817-1837.
- Skogen, M. D.; Svendsen, E. & Ostrowski, M. (1998). Quantifying volume transports doing SKAGEX with the Norwegian Ecological Model system. *Continental Shelf Research*, Vol. 17(15), p. 1817-1837.
- Skogen, M. D.; Svendsen, E.; Berntsen, J.; Aksnes, D. & Ulvestad, K. B. (1995). Modelling the Primary Production in the North Sea using a Coupled Three-dimensional Physical-Chemical-Biological Ocean Model. *Estuarine, Coastal and Shelf Science* 41, p. 545-565.
- Soetje, K. C. & Brockmann, C. (1983). An Operationeal Numerical Model of the North Sea and the German Bight. Editor: Sündermann, J. & Lens, W. *North Sea Dynamics*. Springer-Verlag. P. 26-41.
- Staniforth, A. (1982). Numerical Methods for Weather Prediction. Publication in *Meteorology* No. 126.
- Stigebrandt, A. (1987). Computations of the flow of dense water into the Baltic Sea from hydrographical measurements in the Ankora Basin. *Tellus* 39A, p. 170-177.
- Stull, R. B. (1988). *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Kluwer Academic Publishers.
- Svansson, A. (1975). Physical and Chemical Oceanography of the Skagerrak and the Kattegat. Uddevalla. Fishery board of Sweden, Institute of Marine Research, Report No. 1.

- Svendsen, E.; Berntsen, J.; Skogen, M.; Ådlandsvik, B. & Martinsen, E. (1996). Model simulation of the Skagerrak circulation and hydrography during SKAGEX. *Journal of Marine Systems* 8, p. 219-236.
- Weber, J. E. (1996). Forelesninger i dynamisk oseanografi. Institutt for Geofysik, Universitetet i Oslo.
- White, F. M. (1991). *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, Inc.
- Aakjær, P.; Woetmann, N. & Huess, V. (1998). Flodbølgen ved Vesterhavet d. 21 juli 1998. *Vejret* nr. 76, p. 1-10.
- Aarup, T. (1994a). Satellitbilleder af danske havområder. Havforskning fra Miljøstyrelsen, nr. 42. Miljøstyrelsen. København.
- Aarup, T. (1994b). Satellite Imagery og Danish and Neighboring Waters. Havforskning fra Miljøstyrelsen, nr. 52. Miljøstyrelsen. København.
- Aarup, T.; Holt, N. & Højerslev, N. K. (1996a). Optical measurements in the North Sea-Baltic Sea transition zone. II. Water mass classification along the Jylland west coast from salinity and spectral irradiance measurements. *Continental Shelf Research*, Vol. 16(10), p. 1343-1353.
- Aarup, T.; Holt, N. & Højerslev, N. K. (1996b). Optical measurements in the North Sea-Baltic Sea transition zone. III. Statistical analysis of bio-optical data from the Eastern North Sea, the Skagerrak and the Kattegat. *Continental Shelf Research*, Vol. 16(10), p. 1355-1377.
- Aas, E. (1986). *Metoder i Fysisk Oseanografi*. Institut for Geofysik, Universitetet i Oslo.

DANISH METEOROLOGICAL INSTITUTE

Scientific Reports

Scientific reports from the Danish Meteorological Institute cover a variety of geophysical fields, i.e. meteorology (including climatology), oceanography, subjects on air and sea pollution, geomagnetism, solar-terrestrial physics, and physics of the middle and upper atmosphere.

Reports in the series within the last five years:

No. 95-1

Peter Stauning and T.J. Rosenberg:
High-Latitude, day-time absorption spike events
1. morphology and occurrence statistics
Not published

No. 95-2

Niels Larsen: Modelling of changes in stratospheric ozone and other trace gases due to the emission changes : CEC Environment Program Contract No. EV5V-CT92-0079. Contribution to the final report

No. 95-3

Niels Larsen, Bjørn Knudsen, Paul Eriksen, Ib Steen Mikkelsen, Signe Bech Andersen and Torben Stockflet Jørgensen: Investigations of ozone, aerosols, and clouds in the arctic stratosphere : CEC Environment Program Contract No. EV5V-CT92-0074. Contribution to the final report

No. 95-4

Per Høeg and Stig Syndergaard: Study of the derivation of atmospheric properties using radio-occultation technique

No. 95-5

Xiao-Ding Yu, **Xiang-Yu Huang** and **Leif Laurssen** and Erik Rasmussen: Application of the HIRLAM system in China: heavy rain forecast experiments in Yangtze River Region

No. 95-6

Bent Hansen Sass: A numerical forecasting system for the prediction of slippery roads

No. 95-7

Per Høeg: Proceeding of URSI International Conference, Working Group AFG1 Copenhagen, June 1995. Atmospheric research and applications using observations based on the GPS/GLONASS System
Not published

No. 95-8

Julie D. Pietrzak: A comparison of advection schemes for ocean modelling

No. 96-1

Poul Frich (co-ordinator), H. Alexandersson, J. Ashcroft, B. Dahlström, G.R. Demarée, A. Drebs, A.F.V. van Engelen, E.J. Førland, I. Hanssen-Bauer, R. Heino, T. Jónsson, K. Jonasson, L. Keegan, P.Ø. Nordli, **T. Schmith, P. Steffensen, H. Tuomenvirta, O.E. Tveito**: North Atlantic Climatological Dataset (NACD Version 1) - Final report

No. 96-2

Georg Kjærgaard Andreasen: Daily response of high-latitude current systems to solar wind variations: application of robust multiple regression. Methods on Godhavn magnetometer data

No. 96-3

Jacob Woge Nielsen, Karsten Bolding Kristensen, Lonny Hansen: Extreme sea level highs: a statistical tide gauge data study

No. 96-4

Jens Hesselbjerg Christensen, Ole Bøssing Christensen, Philippe Lopez, Erik van Meijgaard, Michael Botzet: The HIRLAM4 Regional Atmospheric Climate Model

No. 96-5

Xiang-Yu Huang: Horizontal diffusion and filtering in a mesoscale numerical weather prediction model

No. 96-6

Henrik Svensmark and Eigil Friis-Christensen: Variation of cosmic ray flux and global cloud coverage - a missing link in solar-climate relationships

No. 96-7

Jens Havskov Sørensen and Christian Ødum Jensen: A computer system for the management of epidemiological data and prediction of risk and economic consequences during outbreaks of foot-and-

mouth disease. CEC AIR Programme. Contract No. AIR3 - CT92-0652

No. 96-8

Jens Havskov Sørensen: Quasi-automatic of input for LINCOM and RIMPUFF, and output conversion. CEC AIR Programme. Contract No. AIR3 - CT92-0652

No. 96-9

Rashpal S. Gill and Hans H. Valeur:

Evaluation of the radarsat imagery for the operational mapping of sea ice around Greenland

No. 96-10

Jens Hesselbjerg Christensen, Bennert Machenhauer, Richard G. Jones, Christoph Schär, Paolo Michele Ruti, Manuel Castro and Guido Visconti: Validation of present-day regional climate simulations over Europe: LAM simulations with observed boundary conditions

No. 96-11

Niels Larsen, Bjørn Knudsen, Paul Eriksen, Ib Steen Mikkelsen, Signe Bech Andersen and Torben Stockflet Jørgensen: European Stratospheric Monitoring Stations in the Arctic: An European contribution to the Network for Detection of Stratospheric Change (NDSC): CEC Environment Programme Contract EV5V-CT93-0333: DMI contribution to the final report

No. 96-12

Niels Larsen: Effects of heterogeneous chemistry on the composition of the stratosphere: CEC Environment Programme Contract EV5V-CT93-0349: DMI contribution to the final report

No. 97-1

E. Friis Christensen og C. Skøtt: Contributions from the International Science Team. The Ørsted Mission - a pre-launch compendium

No. 97-2

Alix Rasmussen, Sissi Kiilsholm, Jens Havskov Sørensen, Ib Steen Mikkelsen: Analysis of tropospheric ozone measurements in Greenland: Contract No. EV5V-CT93-0318 (DG 12 DTEE): DMI's contribution to CEC Final Report Arctic Tropospheric Ozone Chemistry ARCTOC

No. 97-3

Peter Thejll: A search for effects of external events on terrestrial atmospheric pressure: cosmic rays

No. 97-4

Peter Thejll: A search for effects of external events on terrestrial atmospheric pressure: sector boundary crossings

No. 97-5

Knud Lassen: Twentieth century retreat of sea-ice in the Greenland Sea

No. 98-1

Niels Woetman Nielsen, Bjarne Amstrup, Jess U. Jørgensen:

HIRLAM 2.5 parallel tests at DMI: sensitivity to type of schemes for turbulence, moist processes and advection

No. 98-2

Per Høeg, Georg Bergeton Larsen, Hans-Henrik Benzón, Stig Syndergaard, Mette Dahl Mortensen: The GPSOS project

Algorithm functional design and analysis of ionosphere, stratosphere and troposphere observations

No. 98-3

Mette Dahl Mortensen, Per Høeg:

Satellite atmosphere profiling retrieval in a nonlinear troposphere
Previously entitled: Limitations induced by Multipath

No. 98-4

Mette Dahl Mortensen, Per Høeg:

Resolution properties in atmospheric profiling with GPS

No. 98-5

R.S. Gill and M. K. Rosengren

Evaluation of the Radarsat imagery for the operational mapping of sea ice around Greenland in 1997

No. 98-6

R.S. Gill, H.H. Valeur, P. Nielsen and K.Q. Hansen: Using ERS SAR images in the operational mapping of sea ice in the Greenland waters: final report for ESA-ESRIN's: pilot projekt no. PP2.PP2.DK2 and 2nd announcement of opportunity for the exploitation of ERS data projekt No. AO2..DK 102

No. 98-7

Per Høeg et al.: GPS Atmosphere profiling methods and error assessments

No. 98-8

H. Svensmark, N. Woetmann Nielsen and A.M.

Sempreviva: Large scale soft and hard turbulent states of the atmosphere

No. 98-9

Philippe Lopez, Eigil Kaas and Annette Guldborg: The full particle-in-cell advection scheme in spherical geometry

No. 98-10

H. Svensmark: Influence of cosmic rays on earth's climate

No. 98-11

Peter Thejll and Henrik Svensmark: Notes on the method of normalized multivariate regression

No. 98-12

K. Lassen: Extent of sea ice in the Greenland Sea 1877-1997: an extension of DMI Scientific Report 97-5

No. 98-13

Niels Larsen, Alberto Adriani and Guido DiDonfrancesco: Microphysical analysis of polar stratospheric clouds observed by lidar at McMurdo, Antarctica

No.98-14

Mette Dahl Mortensen: The back-propagation method for inversion of radio occultation data

No. 98-15

Xiang-Yu Huang: Variational analysis using spatial filters

No. 99-1

Henrik Feddersen: Project on prediction of climate variations on seasonal to interannual time-scales (PROVOST) EU contract ENV4-CT95-0109: DMI contribution to the final report: Statistical analysis and post-processing of uncoupled PROVOST simulations

No. 99-2

Wilhelm May: A time-slice experiment with the ECHAM4 A-GCM at high resolution: the experimental design and the assessment of climate change as compared to a greenhouse gas experiment with ECHAM4/OPYC at low resolution

No. 99-3

Niels Larsen et al.: European stratospheric monitoring stations in the Arctic II: CEC Environment and Climate Programme Contract ENV4-CT95-0136. DMI Contributions to the project

No. 99-4

Alexander Baklanov: Parameterisation of the deposition processes and radioactive decay: a review and some preliminary results with the DERMA model

No. 99-5

Mette Dahl Mortensen: Non-linear high resolution inversion of radio occultation data

No. 99-6

Stig Syndergaard: Retrieval analysis and methodologies in atmospheric limb sounding using the GNSS radio occultation technique

No. 99-7

Jun She, Jacob Woge Nielsen: Operational wave forecasts over the Baltic and North Sea

No. 99-8

Henrik Feddersen: Monthly temperature forecasts for Denmark - statistical or dynamical?

No. 99-9

P. Thejll, K. Lassen: Solar forcing of the Northern hemisphere air temperature: new data

No. 99-10

Torben Stockflet Jørgensen, Aksel Walløe Hansen: Comment on "Variation of cosmic ray flux and global coverage - a missing link in solar-climate relationships" by Henrik Svensmark and Eigil Friis-Christensen

No. 99-11

Mette Dahl Meincke: Inversion methods for atmospheric profiling with GPS occultations

No. 99-12

Benzon, Hans-Henrik; Olsen, Laust: Simulations of current density measurements with a Faraday Current Meter and a magnetometer

No. 00-01

Høeg, P.; Leppelmeier, G: ACE: Atmosphere Climate Experiment: proposers of the mission

No. 00-02

Høeg, P.: FACE-IT: Field-Aligned Current Experiment in the Ionosphere and Thermosphere

No. 00-03

Allan Gross: Surface ozone and tropospheric chemistry with applications to regional air quality modeling. PhD thesis

No. 00-04

Henrik Vedel: Conversion of WGS84 geometric heights to NWP model HIRLAM geopotential heights

No. 00-05

Jérôme Chenevez: Advection experiments with DMI-Hirlam-Tracer
(In Press)

No. 00-06

Niels Larsen: Polar stratospheric clouds micro-physical and optical models

No. 00-07

Alix Rasmussen: "Uncertainty of meteorological parameters from DMI-HIRLAM"
(In Press)

No. 00-08

A.L. Morozova: Solar activity and Earth's weather. Effect of the forced atmospheric transparency changes on the troposphere temperature profile studied with atmospheric models

No. 00-09

Niels Larsen, Bjørn M. Knudsen, Michael Gauss, Giovanni Pitari: Effects from high-speed civil traffic aircraft emissions on polar stratospheric clouds

No. 00-10

Søren Andersen: Evaluation of SSM/I sea ice algorithms for use in the SAF on ocean and sea ice, July 2000

No. 00-11

Claus Petersen, Niels Woetmann Nielsen: Diagnosis of visibility in DMI-HIRLAM
(In Press)

No. 00-12

Erik Buch: A monograph on the physical oceanography of the Greenland waters

No. 00-13

M. Steffensen: Stability indices as indicators of lightning and thunder

No. 00-14

Bjarne Amstrup, Kristian S. Mogensen, Xiang-Yu Huang: Use of GPS observations in an optimum interpolation based data assimilation system
(In Press)